

УПРАВЛІННЯ ОСВІТИ І НАУКИ
ЧЕРКАСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
КОМУНАЛЬНИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД «ЧЕРКАСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ
ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ ОСВІТИ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРАЦІВНИКІВ
ЧЕРКАСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ РАДИ»

STEM-ЗОШИТ З ГЕОМЕТРІЇ. 8 КЛАС



Черкаси – 2025

Рекомендовано вченою радою ЧОІПОПП. Протокол №2 від 29 травня 2025 року

ТВОРЧА ГРУПА АВТОРІВ:

Юлія ЗОРЯ, завідувач навчально-тренінговим центром STEM-освіти комунального навчального закладу «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради», кандидат педагогічних наук;

Ірина КАЗНАЧЕЙ, учитель Черкаської гімназії імені О. М. Луценка Черкаської міської ради Черкаської області;

Ігор КАЗНАЧЕЙ, учитель Медведівського ліцею імені М. Залізняка Медведівської сільської ради Черкаської області

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Анна ТКАЧЕНКО, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри фізики, директорка ННІ інформаційних та освітніх технологій Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького;

Вадим ШЕМШУР, завідувач лабораторії-центру інформаційних технологій комунального навчального закладу «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради»

Р 58

Зоря Ю., Казначей І., Казначей І. STEM-зошит з геометрії. 8 клас. Робочий зошит. Черкаси: КНЗ «ЧОІПОПП», 2025. 86 с.

Робочий зошит із геометрії «Незвичайний зошит для надзвичайних учнів» містить цікаві пізнавальні інтегровані та творчі завдання із розділу «Подібність трикутників» (8 клас), а саме: практичні задачі із покроковим розв'язанням, «літературні» та «казкові» задачі, «Задачі, які нам пропонує життя»; практичні, експериментальні, лабораторні роботи; серію завдань на розвиток геометричного зору «Кіт в мішку» та «Школа креативу»; завдання «Це цікаво!», кросворди тощо. У кінці зошита – тестові завдання «Готуємось до ЗНО, НМТ», навчальні екскурсії та дидактична гра «Дивовижна подорож на острів «Дивоподоленд».

Мета цього посібника – зробити урок геометрії сучасним STEM-уроком: діяльним, креативним і цікавим; підвищити інтерес до вивчення математики та формувати критичне, креативне мислення, ключові компетенції, розширити предметну інтеграцію, залучити учнів до творчості, самостійного пошуку та практичного застосування знань.

Посібник призначено для учнів та вчителів математики загальноосвітніх та спеціалізованих закладів освіти.

ЗМІСТ

Передмова	4
Теорема Фалеса. Подібні трикутники.	5
Пропорційні відрізки	6
Золотий переріз	11
I-а ознака подібності трикутників	17
Задачі на доведення	19
II-а ознака подібності трикутників	23
III-а ознака подібності трикутників	25
Застосування подібності трикутників до розв'язування задач	28
Школа креативу. Малюємо «неіснуючий трикутник»	35
Застосування подібності при дослідженні трикутника Серпінського	40
Практичні задачі на застосування подібності	44
Школа креативу Як «подібність» вчить малювати	48
Подібність і література	52
Застосування геометричного методу при розв'язуванні текстових задач	56
Навчальна екскурсія до Холодного Яру	59
Підготовка до ЗНО	64
Гра «Дивовижна подорож на острів «Дивоподоленд»	69
Післяслово	83
Список використаних джерел	84



*Для тих, хто любить математику та
для тих, хто її обов'язково
полюбить...*

***Мій допитливий учню, великий критику та
найкращий мій співавторе!***

Людство із давніх-давен хвилювало питання, чи підлягають математичним розрахункам такі речі як краса та гармонія? Звичайно, неможливо всі закони краси вмістити в декілька формул, проте вивчаючи геометрію, ми можемо відкрити деякі складові прекрасного та корисного в реальному житті.

«Виміряй самого себе – і ти станеш справжнім геометром!» – вигукнув середньовічний філософ Марсіліо Січіно. Вимірювати самих себе ми не будемо, ми здійснимо цікаву пізнавальну подорож – у дивовижний світ подібності трикутників. Що для цього тобі треба?

Зовсім мало:

- ***Продемонструй творчість, креативність, самостійність та бажання вчитись.***
- ***Не бійся помилятися.***
- ***Повір у свої сили, ти зможеш!***
- ***Пам'ятай: знання та позитивні емоції ідуть поряд.***

***То ж нумо, долати незвичайний та цікавий марафон
«Подібність трикутників»!***



На початку минулого століття великий французький архітектор Корбюзьє якось вигукнув: «Все навколо геометрія!». Чи можемо ми в 21 столітті повторити цей вигук із ще більшим здивуванням?

Узагальнена теорема Фалеса. Подібні трикутники. Пропорційні відрізки.

Пригадаємо!

Завдання 1.1.

1. 1. Встав пропущене:

Два трикутники називаються _____, якщо їх _____ кути _____, а відповідні сторони _____.

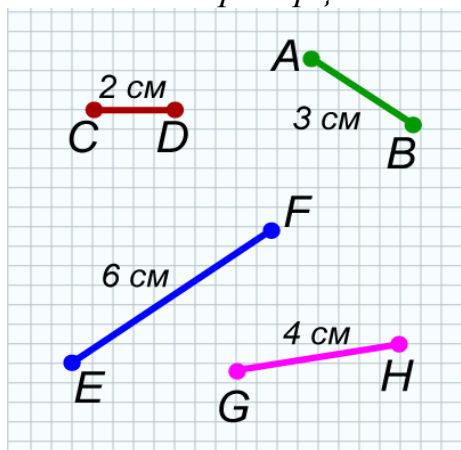
2. Число, якому дорівнює відношення відповідних сторін подібних трикутників, називається _____ (позначають _____). Відношення відповідних сторін подібних трикутників також дорівнює відношенню _____.

3. Трикутник ABC подібний трикутнику $A_1B_1C_1$. Тому:

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$$

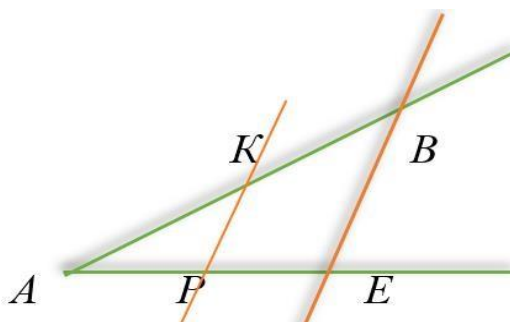
$$\frac{A}{BC} = \frac{A_1}{B_1C_1} = \frac{BC}{A_1C_1} = k$$

4. Чи пропорційні задані відрізки і якщо так, то знайди k :

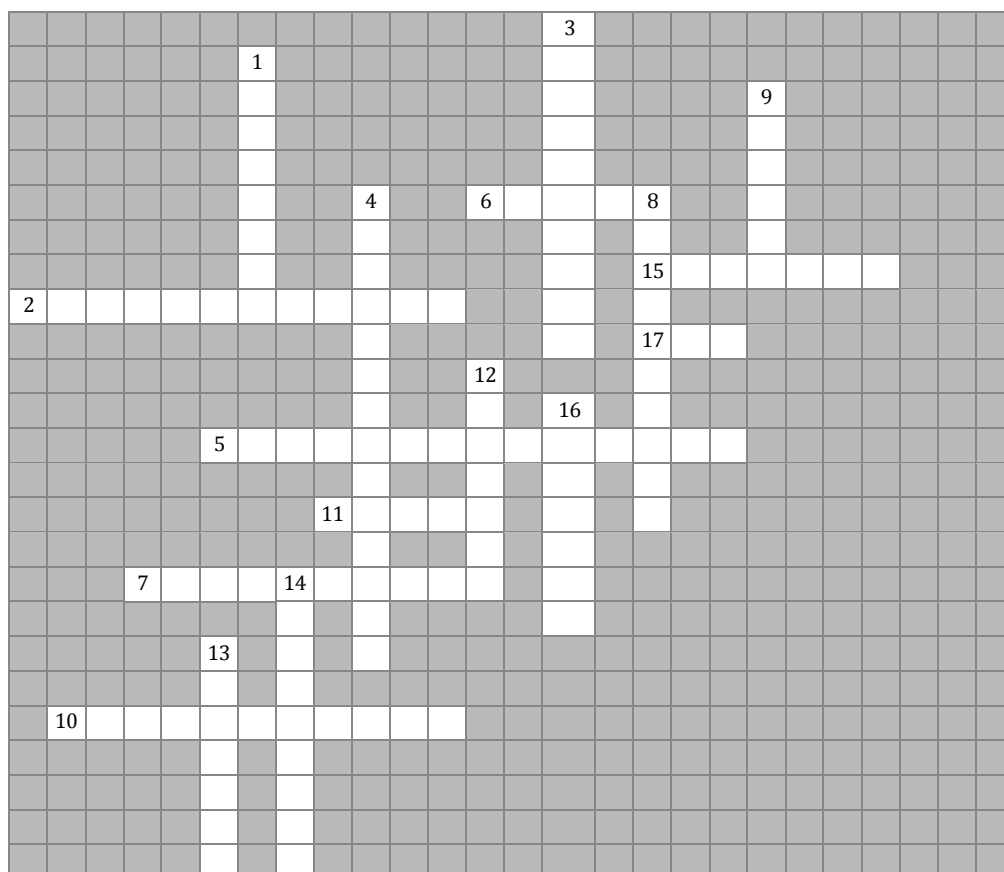


$$\frac{CD}{AB} = \frac{EF}{GH} =$$

Які дві назви має ця теорема.
 Напиши
 наслідки



Термінологічний кросворд «Трикутники»



По горизонталі:

2. Вид трикутника за кутом
5. Трикутник у якого висота є одночасно бісектрисою та медіаною

По вертикалі:

1. Частина прямої
3. Промінь, який ділить кут пополам
4. Вид трикутника за сторонами
8. Вид трикутника за кутом

6. Сторона прямокутного трикутника

7. Сторона трикутника, яка лежить проти прямого кута

10. Вид трикутника за кутом

11. Вершина трикутника

15. Відомий математик

17. Елемент трикутника

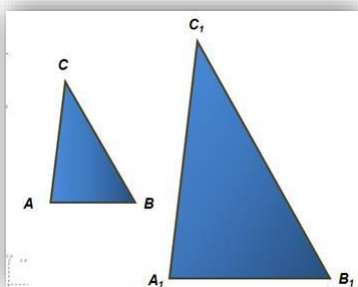
9. Перпендикуляр, який опущено із вершини до висоти

12. Відрізок, який з'єднує вершину трикутника і середину протилежної сторони

13. Елемент трикутника

14. Фігура в геометрії

16. Елемент трикутника



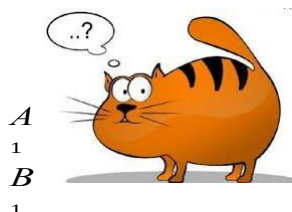
Помічник - алгоритм

Щоб скласти відношення відповідних сторін подібних трикутників, потрібно:

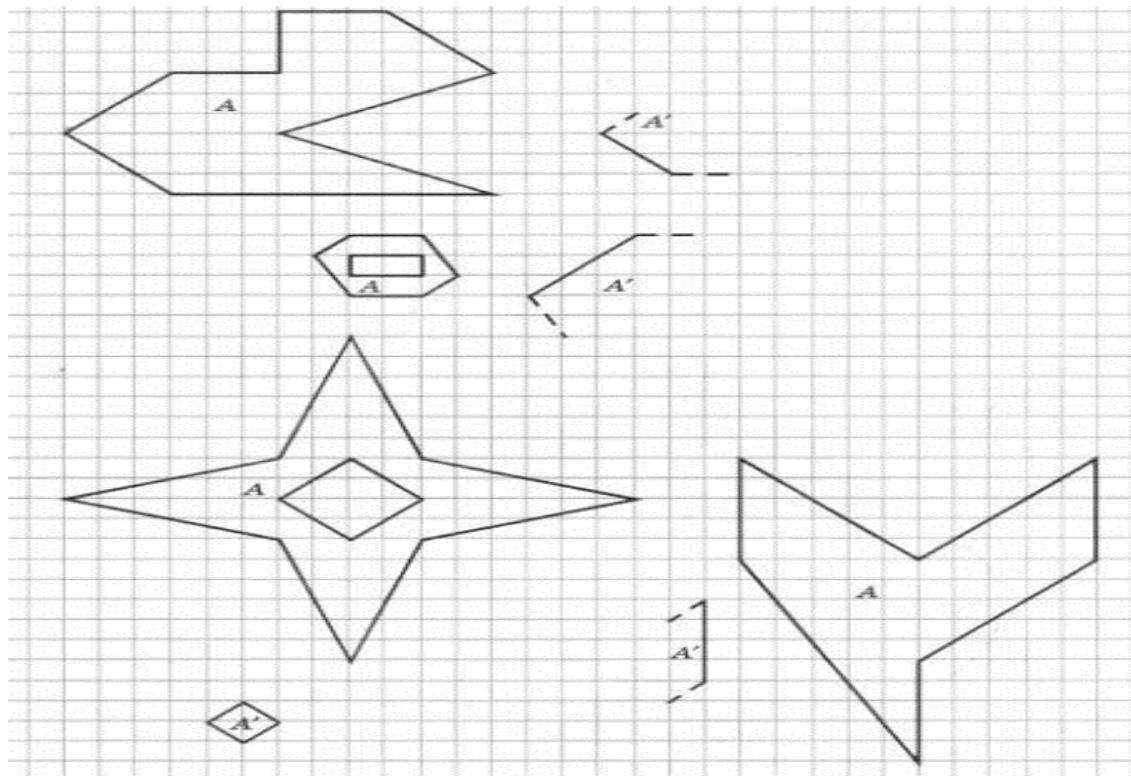
- визначити відповідно рівні кути трикутника;
- з'ясувати, які сторони є відповідними;
- записати рівність трьох дробів, у чисельниках яких — сторони одного з трикутників, а у знаменниках — відповідні сторони іншого

$\frac{A}{B}$

Гра «Кіт в мішку!»



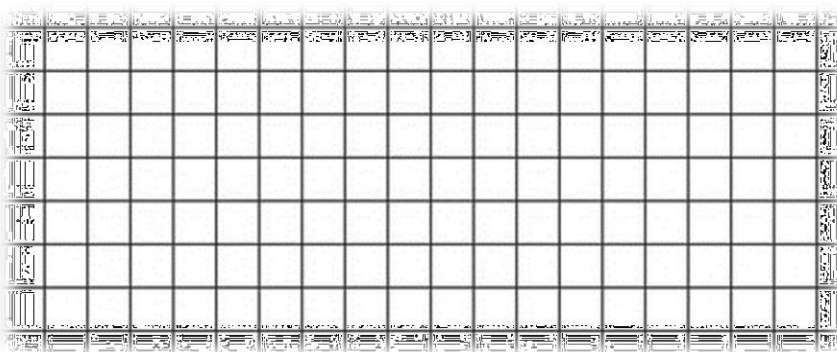
Перед уроком вчитель на дошці зобразив подібні фігури A і A^ , проте чергова учениця випадково витерла частину зображень. Проведіть відсутні лінії і добудуйте фігуру A^* . Виграє той, хто перший правильно добудує*



Творче завдання «Я тобі, а ти – мені!»

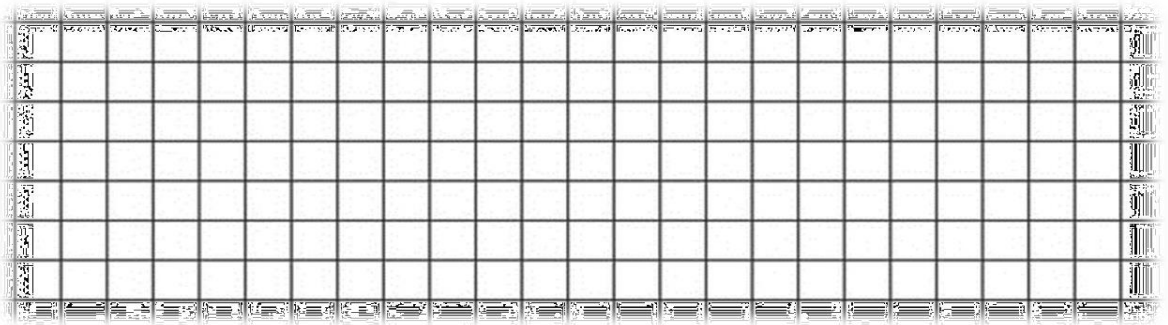
Оця будівля (музей писанки м. Коломия) зображує найбільшу в світі писанку (висота – 13,5 м, діаметр – 10 м). А ще вона є найпершим і єдиним музеєм на планеті, присвяченим мальованому великодньому яйцю. В орнаменті писанки ти бачиш зображення трикутників.

Моя задача тобі : Чи є на першому орнаменті подібні трикутники ? Чому ти так вважаєш?



Твоя задача мені (приклад) :

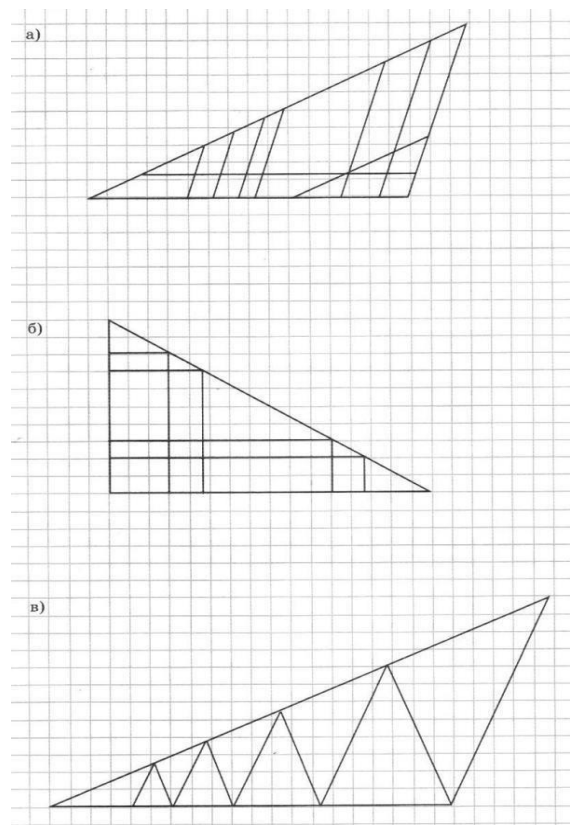
У серці канадської провінції Альберта у м. Вегревіль стоїть перший у світі пам'ятник писанці (20 м). А чому на писанках перевагу в зображеннях надавали трикутнику? Знайди відповідь на це запитання та скласти задачу на подібність трикутників тобі допоможуть матеріали «Найбільші великодні писанки світу»



Завдання для уважних

*Скільки всього трикутників
подібних до найбільшого
зображено на кресленнях ?*

*Що треба знати, щоб швидко
рахувати такі трикутники?*





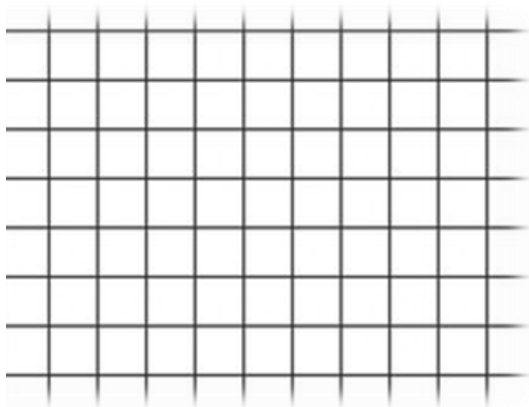
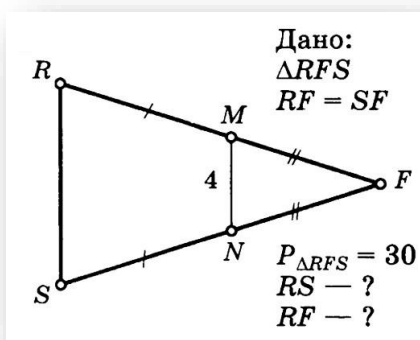
Порахував? Тепер напиши числа в рядок та порівняй із моєю відповіддю!

Твоя відповідь: _____

Моя відповідь : _____

Ти здивований! Так позначили б ці цифри індіанські племена.

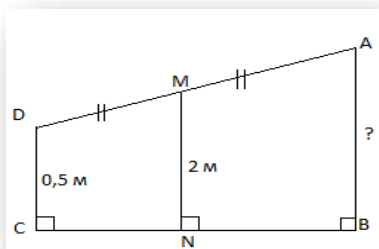
1. Задача на малюнку



2. Задача із підручника «Розв'язуємо разом»

Знайдіть відстань від кінця транспортера до поверхні землі (яку безпосередньо виміряти не можна), якщо другий його кінець і середина віддалені від поверхні землі відповідно на 0,5 м і 2 м.

1. Поясніть, чому треба зобразити прямокутну трапецію



2. Доведіть, що MN – середня лінія, використовуючи теорему Фалеса:

Знайдіть відстань від кінця транспортера до поверхні землі, як довжину основи АВ трапеції ABCD: $AB =$ _____

Відповідь: _____ метри.

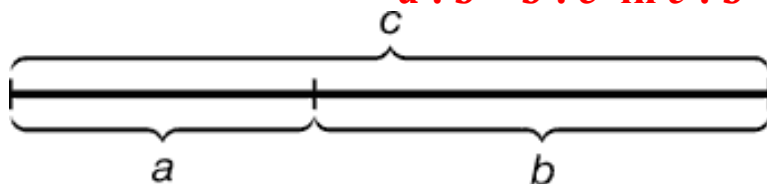


Золотий переріз

Урок однієї картини

Золотий переріз – перетин - це такий пропорційний поділ відрізка на нерівні частини, при якому увесь відрізок так відноситься до більшої частини, як сама велика частина відноситься до меншої; або іншими словами, менший відрізок так відноситься до більшого, як більший до всього відрізка.

$$a : b = b : c \text{ чи } c : b = b : a$$

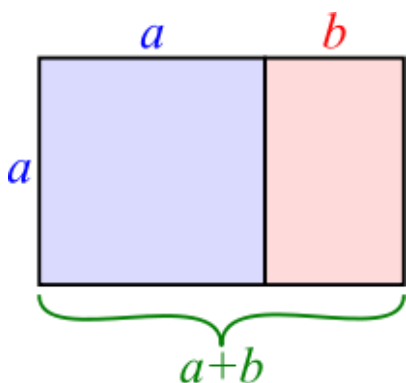
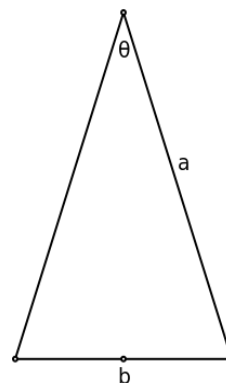


$$\Phi = 1,6180339887498948482045868..... \text{ або}$$

$$\Phi \approx 0,618 \approx \frac{5}{8}$$

Золотий трикутник

- це трикутник, в якому дві бічні (рівні) сторони знаходяться в золотій пропорції з основою :

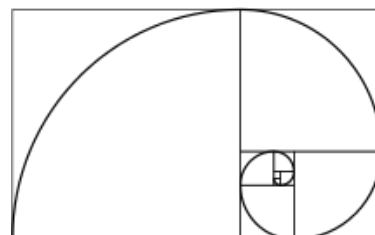


Золотий прямокутник

- це прямокутник, довжини сторін якого знаходяться в золотій пропорції, або (грецька буква ϕ), де ϕ приблизно дорівнює 1,618.

Золота спіраль

- в геометрії логарифмічна спіраль, швидкість зростання якої дорівнює ϕ , золотий пропорції.



Практично-лабораторна робота

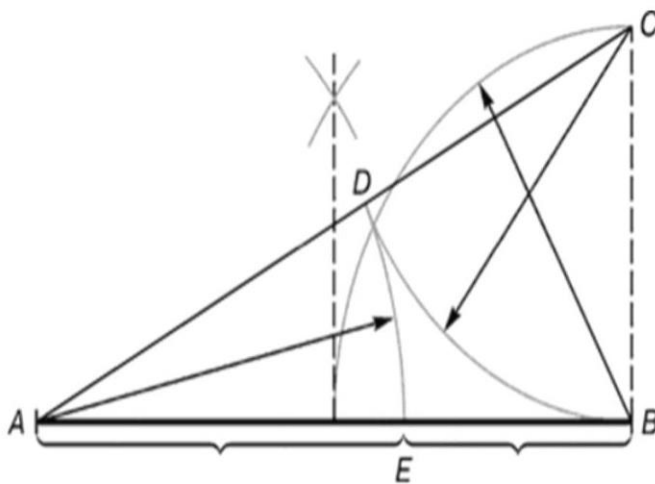
Тема. Поділ відрізка у «Золотій пропорції»



Мета: навчитись ділити відрізок у «золотій пропорції»; обчислити значення .

Обладнання: циркуль, лінійка, простий олівець

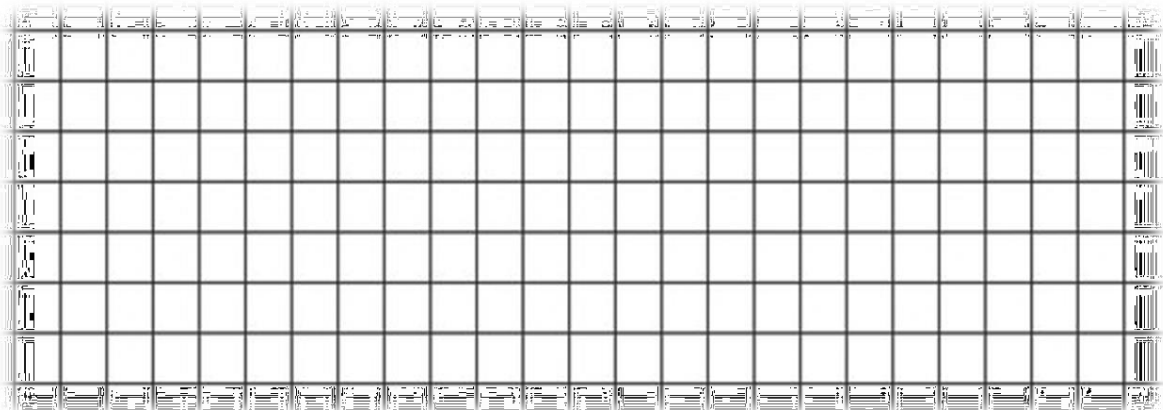
Хід роботи:



1. Із точки B проведемо перпендикуляр, рівний половині AB .
Отримали т. C .
2. З'єднаємо т. C лінією із т. A .
3. На відрізку AC за допомогою циркуля відкладемо відрізок BC ,
отримали т. D
4. На прямій AB відкладемо циркулем відрізок $AE = AD$.
Точка E , яку отримали при цьому поділі ділить відрізок AB в
відношенні **золотої пропорції**.

Актив

Побудова:



Обчислюємо :

AE/BE=_____

AB/AE=_____

Висновок: _____

Завдання «Досліджуємо разом!»

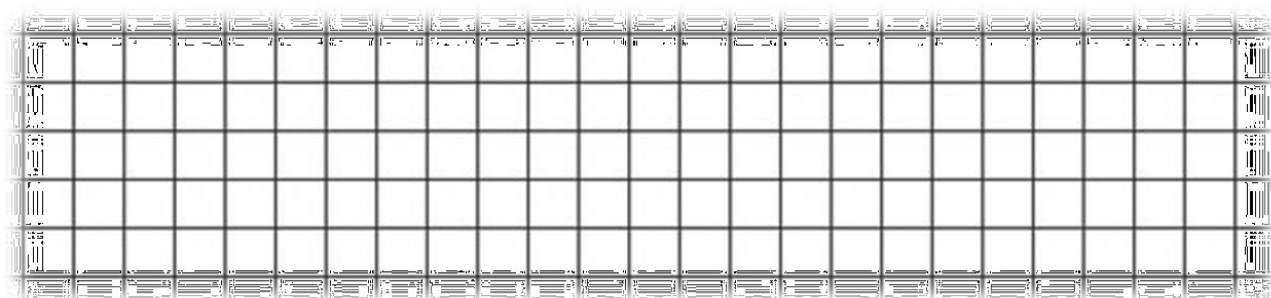
Команда вибирає учня і вимірює його повний зріст, а потім відстань від підлоги до талії.

$$\frac{\text{Зріст до талії}}{\text{Весь зріст}} = ?$$

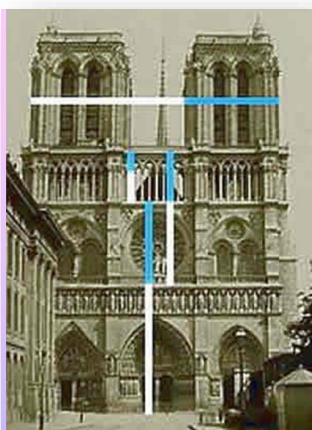
Зробіть висновок

Робота № 1 «Золотий переріз і людина»

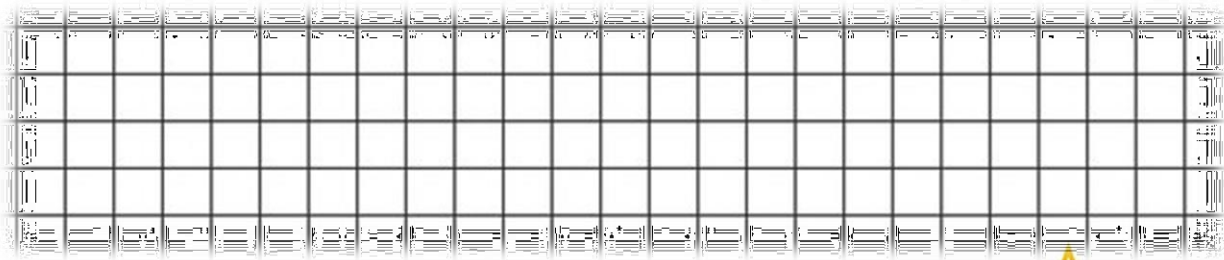
Порівняйте хто знаходиться ближче до золотого перерізу хлопці чи дівчата. Ви будете здивовані.



Робота № 2 «Золотий переріз і архітектура»

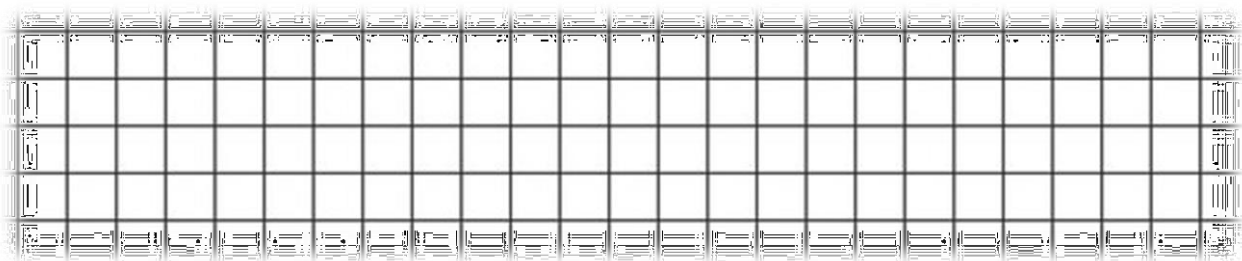
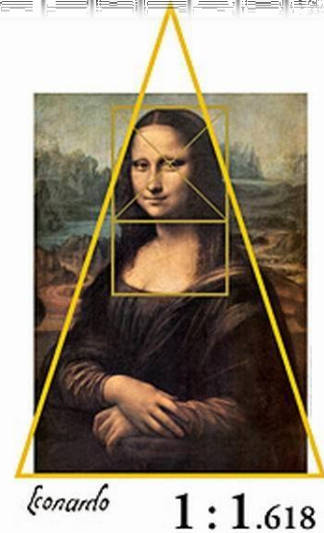


Знайти відношення висоти другого поверху (голубий колір) до висоти першого поверху (білий колір) собору Паризької Богоматері. Зробіть висновок



Робота № 3 «Золотий переріз і мистецтво мистецтво»

Знайдіть відношення довжини золотого прямокутника до ширини на портреті Мона Ліза художника Леонардо да Вінчі
Зробіть висновок



Робота № 4 «Золотий переріз і природа»



Обчислити:

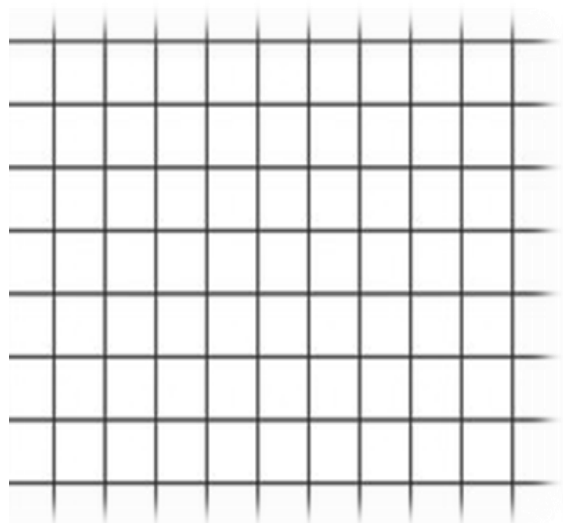
AB= ?

AC= ?

BC= ?

$\frac{AB}{BC} = ?$ $\frac{CB}{AC} = ?$

Зробіть висновок



Вчимося розв'язувати задачі

Задача із підказками



Площі двох подібних трикутників рівні 50 дм^2 і 32 дм^2 , сума їх периметрів рівна 117 дм . Знайдіть периметр кожного трикутника.

Нехай дано $\triangle ABC$ і $\triangle PEK$ подібні, $S_{ABC} = 50 \text{ дм}^2$, $S_{PEK} = 32 \text{ дм}^2$,
 $P_{ABC} + P_{PEK} = 117 \text{ дм}$.

Знайти: P_{ABC} , P_{PEK}

Так як, $\triangle ABC$ і $\triangle PEK$ подібні за умовою, то :

$$\frac{S_{ABC}}{S_{PEK}} = \boxed{} \quad \text{Отже, } k = \boxed{}$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = k, \quad \frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = \boxed{} \quad \text{Отже, } P_{ABC} = \boxed{} P_{PEK}$$

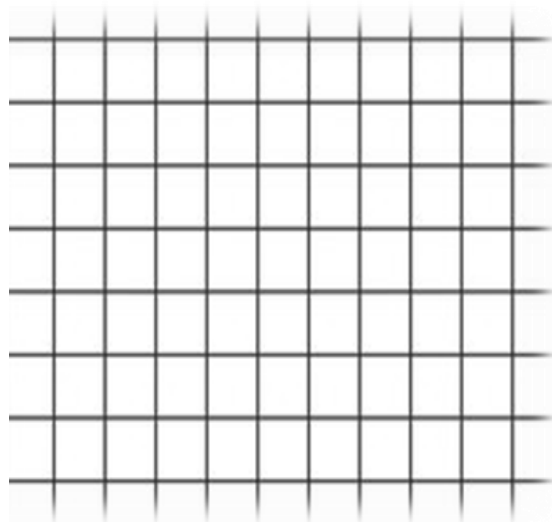
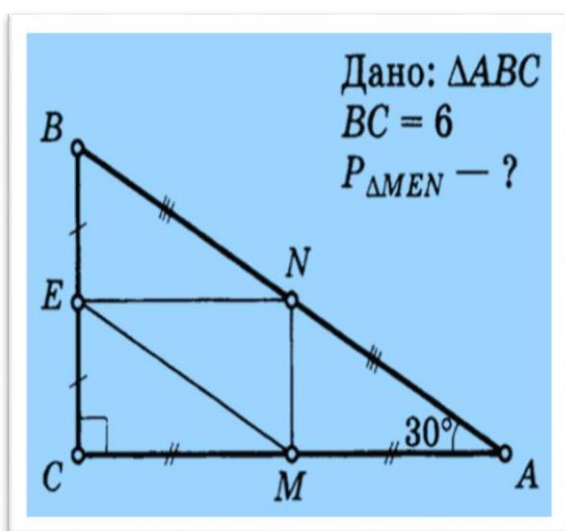
Нехай $P_{PEK} = x \text{ дм}$, тоді $P_{ABC} = \boxed{} x \text{ дм}$

Так як, за умовою $P_{ABC} + P_{PEK} = 117 \text{ дм}$, то $\boxed{} x + x = 117$, $x = \boxed{}$

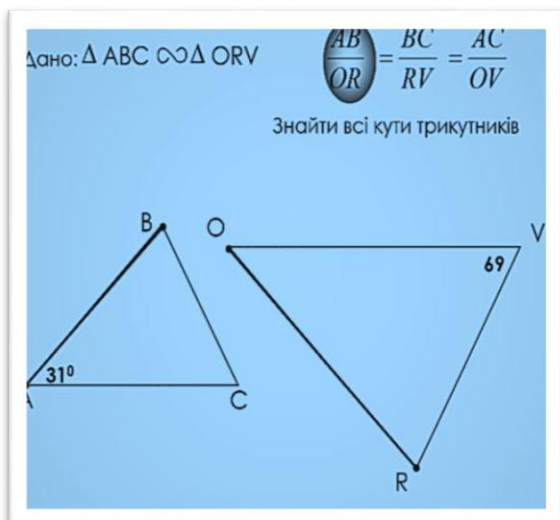
Отже, $P_{PEK} = \boxed{} \text{ дм}$, $P_{ABC} = 117 - \boxed{} = 65 \text{ (дм)}$. Відповідь: 65 дм , 52 дм .

Розв'язки задачі за малюнком

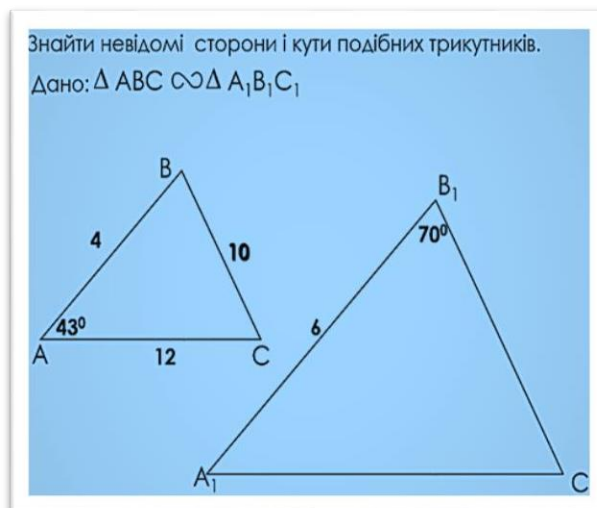
Задача 1.



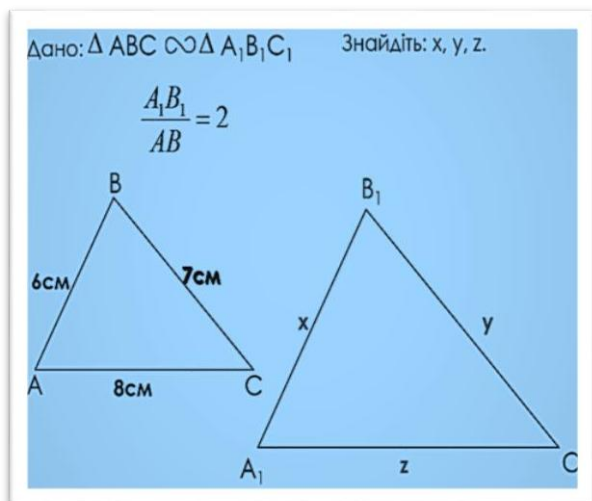
Задача 2



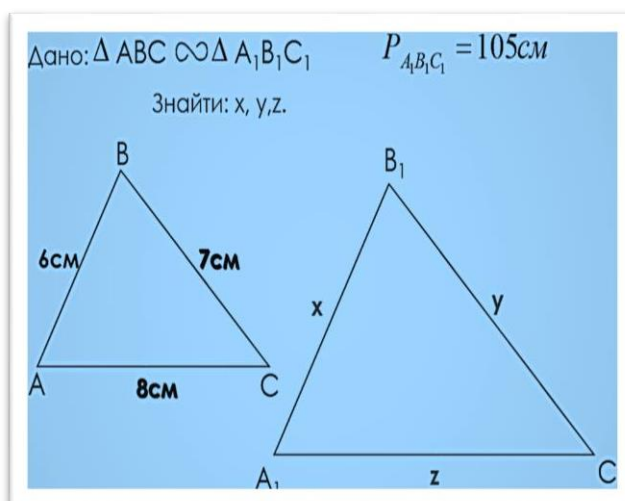
Задача 3.



Задача 4



Задача 5





І ознака подібності трикутників

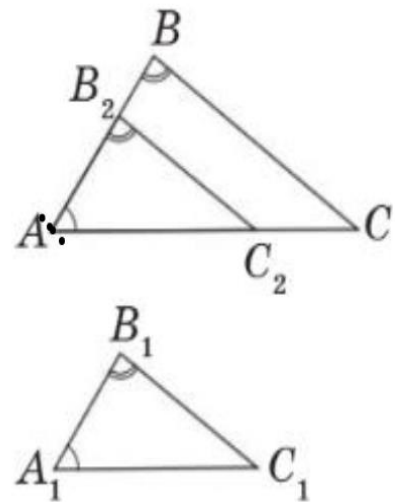
Встав пропущене!

Теорема (подібність трикутників за двома кутами)

Якщо два кути одного трикутника відповідно дорівнюють двом кутам іншого трикутника, то такі трикутники подібні.

Доведення

□ Нехай дано трикутники ABC і $A_1B_1C_1$, у яких $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ (рис. 102). Доведемо подібність цих трикутників. Із теореми про вочевидь випливає, що $\angle C =$. Відкладемо на промені AB відрізок AB_2 , що дорівнює A_1B_1 , і проведемо пряму B_2C_2 , паралельну BC . Тоді $\angle ABC = \angle AB_2C_2$ як при паралельних прямих, тому $\triangle AB_2C_2 = \triangle A_1B_1C_1$ за другою ознакою, звідки $AC_2 = A_1C_1$. За теоремою про пропорційні відрізки $\frac{AB}{AB_2} =$, отже, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$. Аналогічно доводимо, що $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$. Таким чином, за означенням подібних трикутників $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.



Помічник - алгоритм

Щоб розв'язати задачі на подібність, треба:

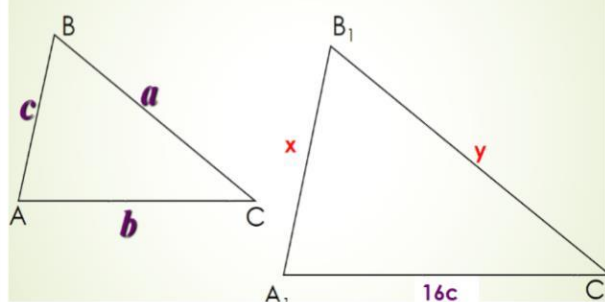
1. Знайти пару передбачувано подібних трикутників.
2. Довести, що ці трикутники подібні, використовуючи ознаки подібності трикутників.
3. Визначити відповідні сторони трикутників і скласти відповідну пропорцію.
4. Знайти невідомі члени цієї пропорції

Розв'язуємо задачі

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$c:a:b = 6:7:8$$

Знайти: x, y .

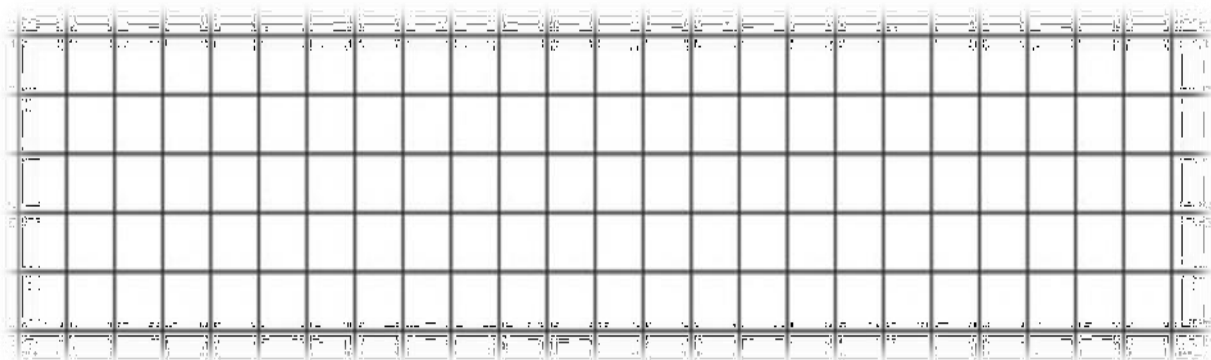
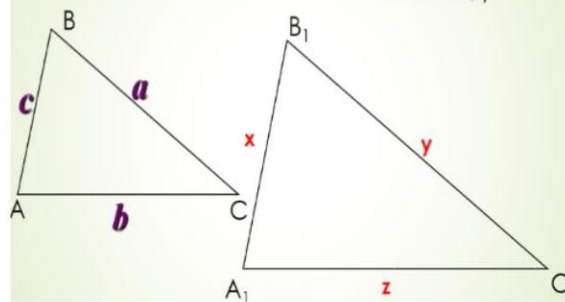


Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$c:a:b = 6:7:8$$

$$y - x = 4 \text{ см}$$

Знайти: x, y .

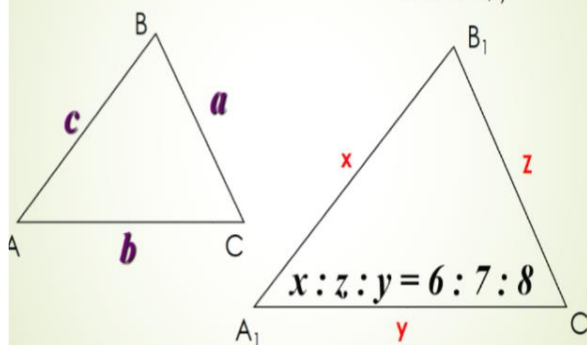


Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$c:a:b = 6:7:8$$

$$x + y = 70 \text{ см}$$

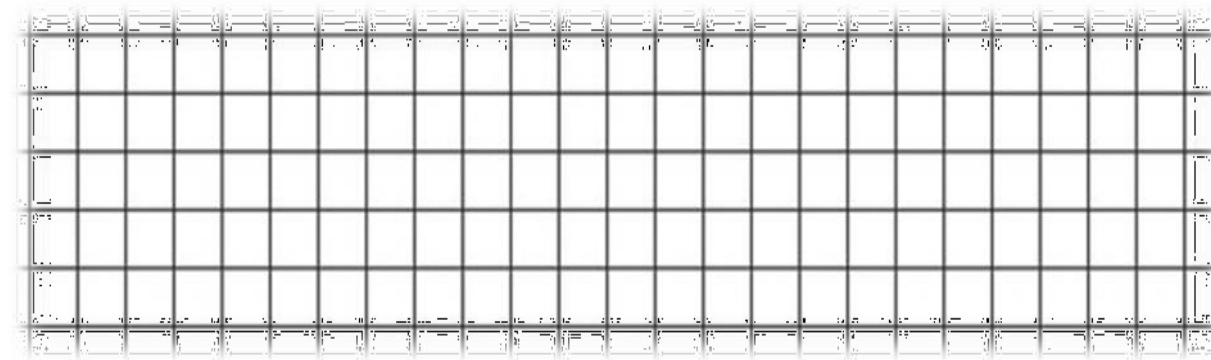
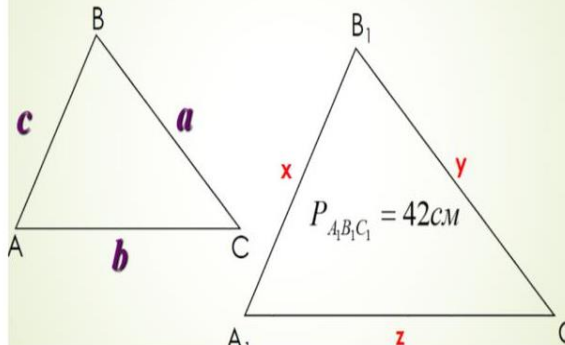
Знайти: x, y .



Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$c:a:b = 6:7:8$$

Знайти: x, y, z .



Задачі на доведення

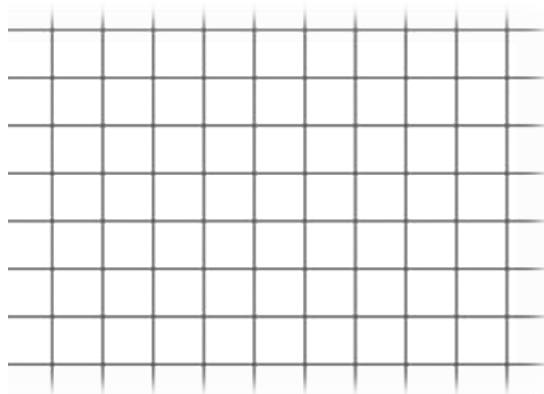
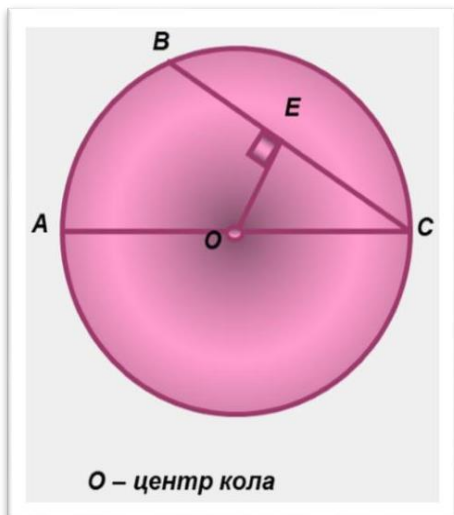
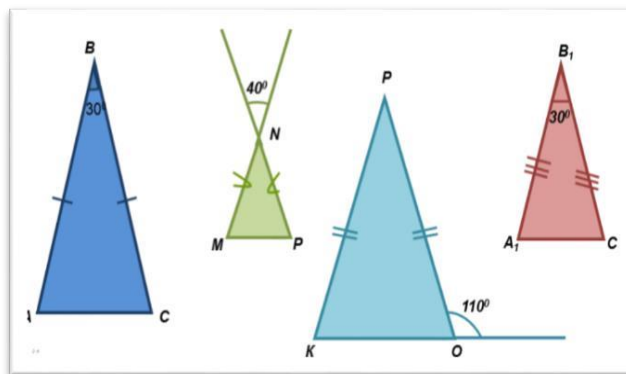
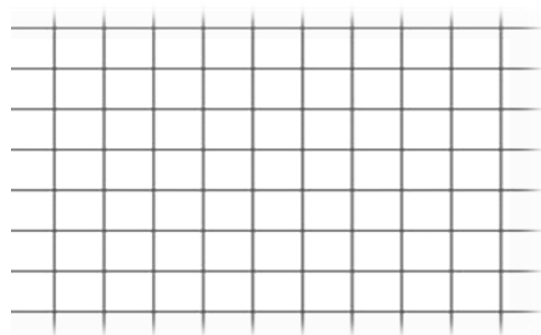
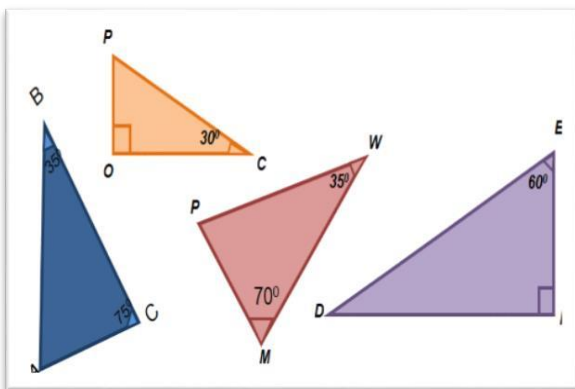
Твій помічник - алгоритм

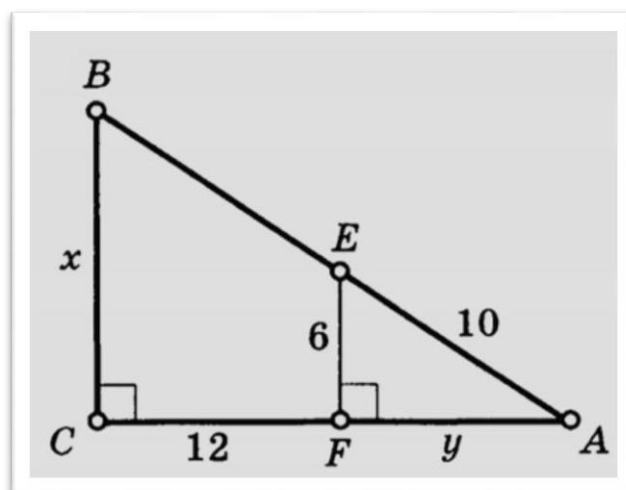
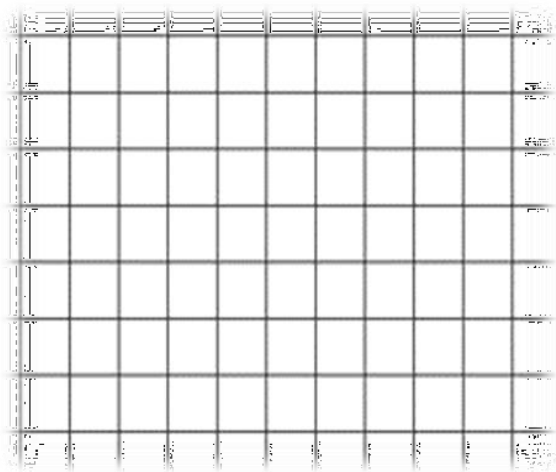
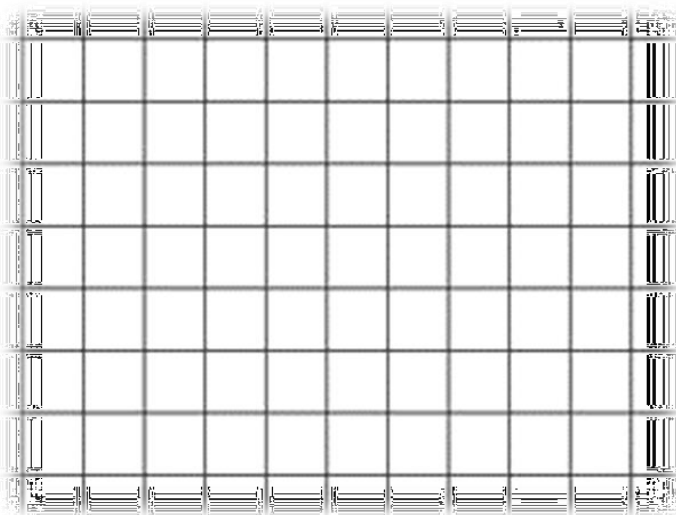
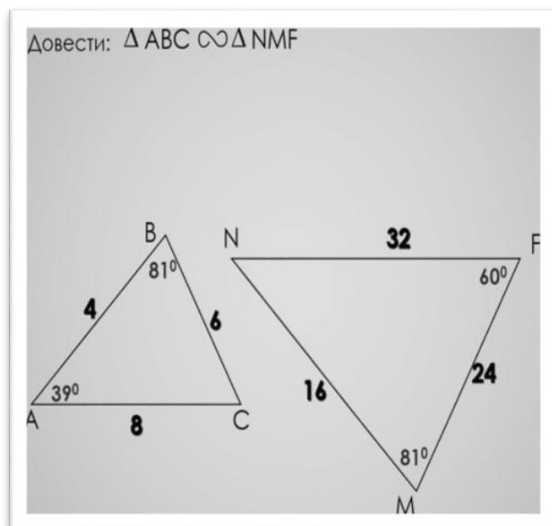


Щоб довести подібність трикутників, треба:

- довести рівність кутів даних трикутників;
- довести пропорційність відповідних сторін даних трикутників.

Завдання 1. Знайди пари подібних трикутників. Яка ознака?:





А чи знаєш, ти, що?



Бермудський трикутник - назва, що зазвичай вживається до території Атлантичного океану площею 4 тис.км² і утворює на карті трикутник. Вважається, що в цих межах за незвичайних обставин зникли декілька суден та літаків.

Моряки, льотчики по-різному називають Бермудський трикутник: «трикутником смерті», «морем, що приносить біду», «кладовищем Атлантики».

Ще Христофор Колумб, появившись в цій частині океану, записав в своєму судновому журналі, що команда відмітила на воді особливі, випромінюючі світло плями. Це таємниче світіння – світлі плями на воді, покриті піною, - регулярно спостерігається і сьогодні. Інколи це світіння буває настільки сильним, що його можна бачити навіть з космосу.



Вікторина « Знайди межі Бермудського трикутника! »

Дай відповідь на запитання вікторини «ТАК!» чи «НІ!». На карті з'єднай відрізками зірочки із номерами запитань на які ти дав відповідь «так», починаючи із Бермудських островів у порядку зростання номерів. Тільки в разі правильної відповіді на всі запитання вікторини ти накресиш Бермудський трикутник і побачиш де лежать його вершини та уявні межі.

Вікторина «ТАК!» чи «НІ!»



1. Чи вірно, що у подібних трикутників відповідні сторони



2. Чи можуть бути подібними прямокутний та рівнобедрений трикутники?



3. Чи можуть бути подібними прямокутний та тупокутний трикутники?



4. Чи можуть бути подібними трикутник із кутом 50° і трикутник із кутом 100° ?



5. Чи можуть бути подібними трикутник із кутом 45° і трикутник із кутом 135° ?



6. Два рівносторонні трикутники завжди подібні?



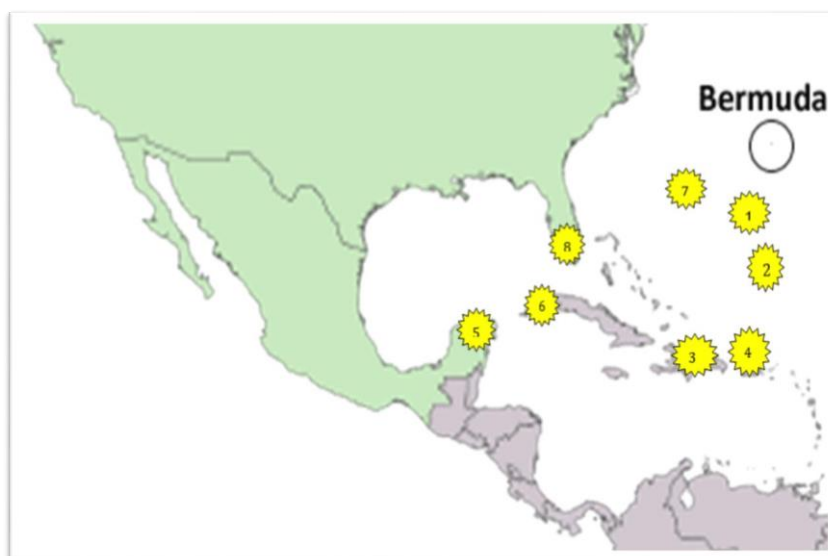
7. Два рівнобедрені трикутники подібні, якщо їх бічні сторони пропорційні?



8. Рівні трикутники завжди подібні?

Навчаємось ОНЛАЙН

Тепер сполуч зірочки та побачиш Бермудський трикутник!





II ознака подібності трикутників

Завдання «Доведи!»

Заповніть пропуски в формулюванні і доведенні теореми

Теорема (подібність трикутників за двома сторонами і кутом між ними)

Якщо дві сторони одного трикутника пропорційні двом сторонам іншого трикутника і кути, утворені цими сторонами, рівні, то такі трикутники подібні.

Доведення

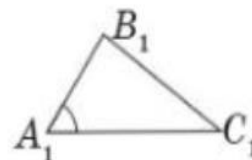
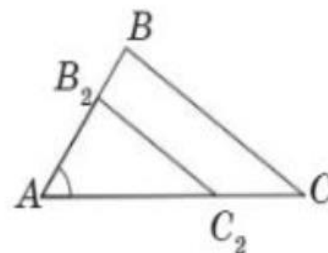
□ Нехай дано трикутники ABC і $A_1B_1C_1$, у яких $\angle A = \angle A_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$ Доведемо

подібність цих трикутників. Відкладемо на промені AB відрізок AB_2 , що дорівнює A_1B_1 , і проведемо пряму B_2C_2 , паралельну BC . Тоді $\angle ABC = \angle AB_2C_2$ як при паралельних прямих, тому

$\triangle AB_2C_2 \sim \triangle ABC$ за Звідси $\frac{AB}{AB_2} = \frac{AC}{AC_2}$,

а оскільки $AB_2 = A_1B_1$ і $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, то $A_1C_1 = AC_2$.

Тоді $\triangle AB_2C_2 = \triangle A_1B_1C_1$ за ознакою рівності трикутників, отже, $\angle A_1B_1C_1 = \angle ABC = \angle AB_2C_2$, $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ за Теорему доведено. ■





Практично-дослідницька робота

Тема. Властивості подібності

Обладнання: трикутник, циркуль, простий олівець.

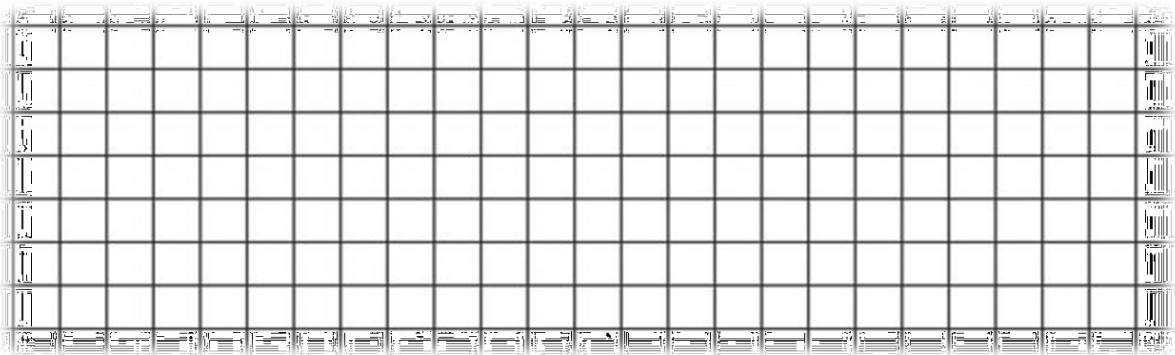
Хід роботи:

1. Накресли гострокутний трикутник ABC . Побудуй його бісектрису BL , та медіану CM та виміряйте їх довжини.

2. Побудуй трикутник $A_1B_1C_1$, подібний до трикутника ABC .

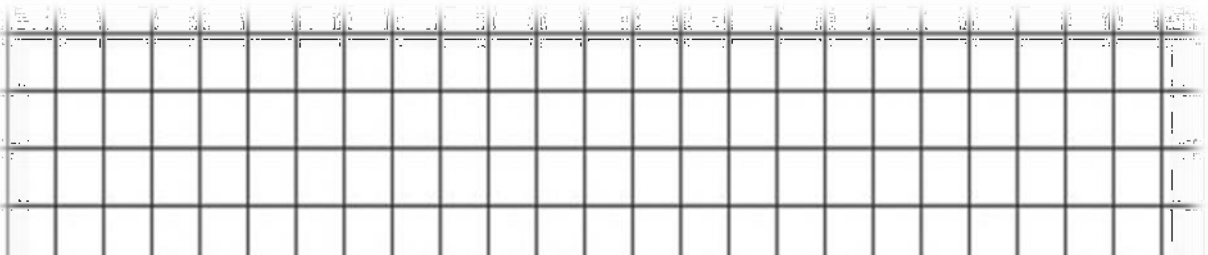
Як це ти зробив? _____

ознакою подібні твої трикутники? _____



3. Побудуй в трикутнику $A_1B_1C_1$ бісектрису B_1L_1 , висоти A_1H_1 і B_1K_1 та медіану C_1M_1 та виміряй їх довжини.

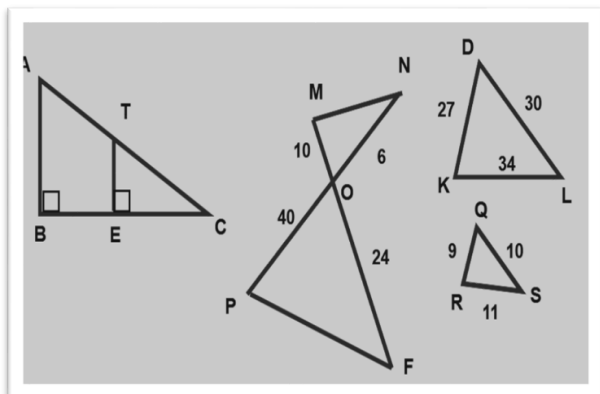
4. Знайди відношення відповідних бісектрис, висот і медіан подібних трикутників. Порівняй значення отриманих відношень із коефіцієнтом подібності трикутників k . Зроби висновок:



5. Обчисліть площі трикутників ABC і $A_1B_1C_1$, знайдіть відношення цих площ та зробіть висновок:

Завдання 1.

Знайди подібні трикутники та визнач за якою ознакою вони подібні:



III ознака подібності трикутників

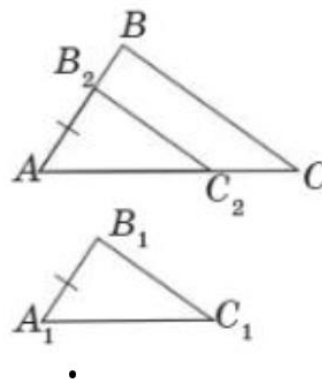
Завдання «Доведи!»

Теорема (подібність трикутників за трьома сторонами)

Якщо три сторони одного трикутника пропорційні трьом сторонам іншого трикутника, то такі трикутники подібні.

Доведення

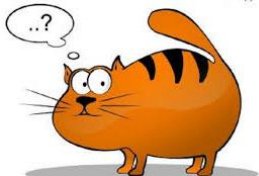
□ Нехай у трикутниках ABC і $A_1B_1C_1$
 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$ Доведемо подібність
 цих трикутників. Як і в попередніх теоремах, відкладемо на промені AB відрізок AB_2 , що дорівнює A_1B_1 , і проведемо пряму B_2C_2 , паралельну BC . Тоді $\angle AB_2C_2 = \angle ABC$ як відповідні кути при паралельних прямих, тому $\triangle AB_2C_2 \sim \triangle ABC$ за $\frac{AB}{AB_2} = \frac{BC}{B_2C_2}$. Звідси $\frac{AB}{AB_2} = \frac{BC}{B_2C_2} = \frac{AC}{A_1C_1}$, а оскільки $AB_2 = A_1B_1$, то $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_2C_2}$. Враховуючи, що $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, маємо $B_2C_2 = B_1C_1$. Аналогічно доведемо, що $AC_2 = A_1C_1$. Тоді $\triangle AB_2C_2 = \triangle A_1B_1C_1$ за ознакою рівності трикутників, отже, $\angle A = \angle A_1$, $\angle A_1B_1C_1 = \angle ABC = \angle AB_2C_2$, $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ за Теорему доведено. ■



ГРА . Перевір свої теоретичні знання із теми



Гра «Кіт в мішку!»



Якщо хочеш перевірити свій «геометричний зір», то спробуй відшукати серед розмаїття геометричних фігур зірку. Якщо знайдеши, то обведи її кольоровим маркером.



А чи знаєш, ти, що?

У правильному п'ятикутнику діагоналі, діляться в золотий пропорції по два рази, всього п'ять. Пентаграма, яка при цьому утворюється, в стародавні часи (у піфагорійців) була символом життя і здоров'я, в середні віки - магичним знаком проти Диявола. Зараз це всім відома п'ятикутна зірка.

Пентаграма містить п'ять гострокутних та п'ять тупокутних золотих трикутників. У кожному з них співвідношення довжини довшої та коротшої сторони утворює золотий перетин.



Задачі на побудову

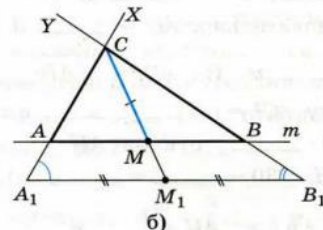
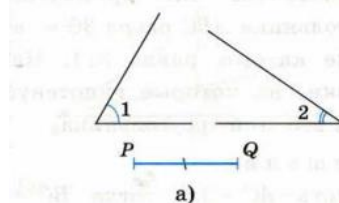
Задача на побудову трикутника за двома кутами та медіаною

Побудуйте трикутник за двома кутами та медіаною, яка проведена із вершини третього кута.

Розв'язання: Нехай дано $\angle 1$ і $\angle 2$ та відрізок PQ. Потрібно побудувати трикутник ABC, у якого $\angle A = \angle 1$ і $\angle B = \angle 2$, а медіана CM рівна _____ PQ. Побудуємо спочатку трикутник, подібний шуканому.

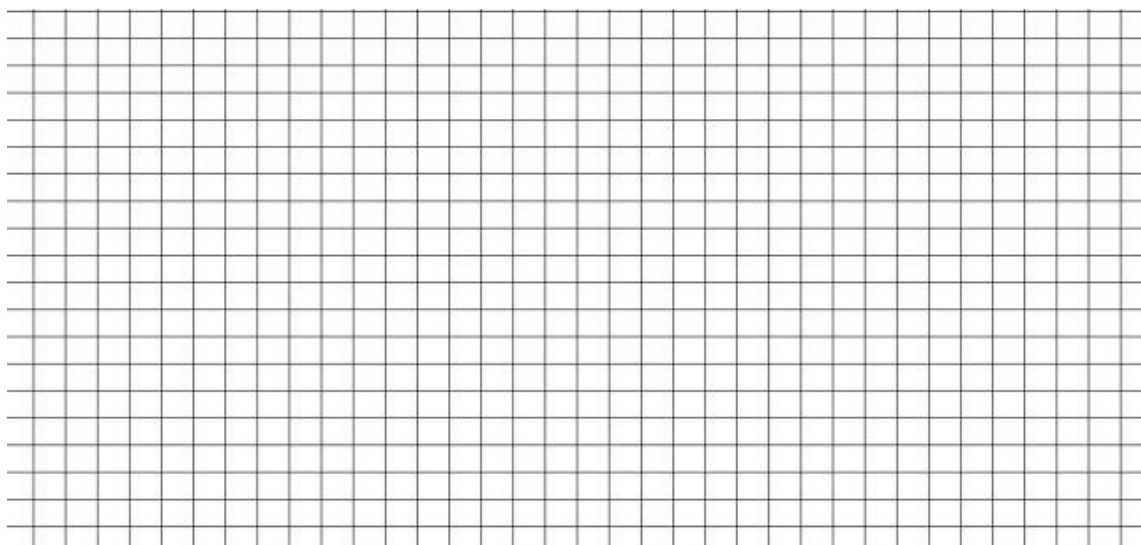
Для цього:

1. Проведемо відрізок A_1B_1 .
2. Від променю A_1B_1 відкладемо кут $B_1 A_1 X$, рівний куту 1, і від променю $B_1 A_1$ - кут $A_1 B_1 Y$, який рівний куту _____, як показано на малюнку. Точку перетину променів $A_1 X$ і $B_1 Y$ позначимо т. C
3. Проведемо медіану CM_1 , отриманого трикутника _____
4. На промені CM_1 від точки _____
5. Через точку M проведемо пряму m , паралельну прямій $A_1 B_1$. Точки перетину прямої m і променів CA_1 та _____ позначимо буквами A і B. Трикутник ABC – шуканий.



6. Дійсно, так як AB _____ $A_1 B_1$, то $\angle BAC = \angle$ _____, $\angle AMC = \angle$ _____, відповідно, $\triangle AMC \sim \triangle A_1 M_1 C$, а тому $AM/A_1 M_1 = CM/$ _____. Аналогічно $\triangle BMC \sim \triangle B_1 M_1 C$, а тому $BM/$ _____ = CM/CM_1 . Відповідно $AM/A_1 M_1 = BM/$ _____, але $A_1 M_1 =$ _____, тому AM _____ BM , тобто відрізок CM – медіана трикутника _____ і вона рівна даному відрізку _____. Як було доведено $\angle BAC = \angle$ _____, але $\angle$ _____ = $\angle 1$, отже $\angle BAC$ _____ $\angle 1$. Аналогічно $\angle ABC$ _____ $\angle 2$. Тому трикутник ABC задовольняє всім вимогам задачі.

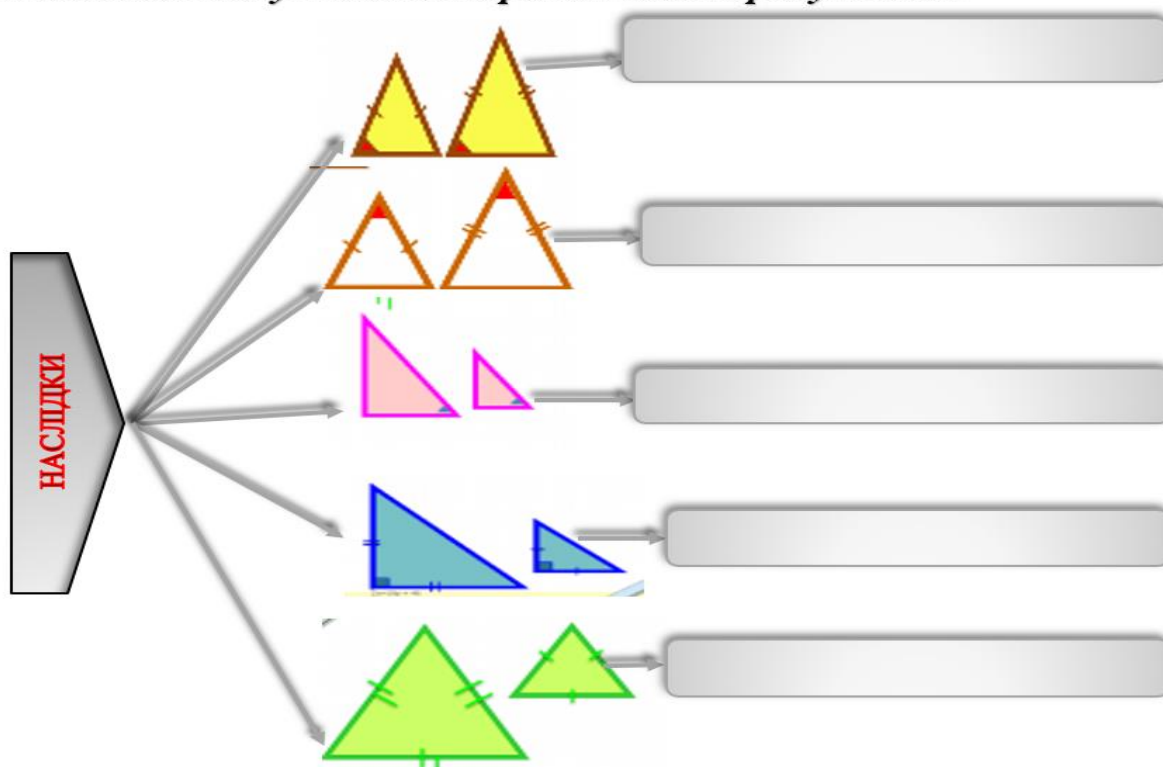
Результат побудови:



Застосування подібності трикутників до розв'язування задач

Завдання 1.

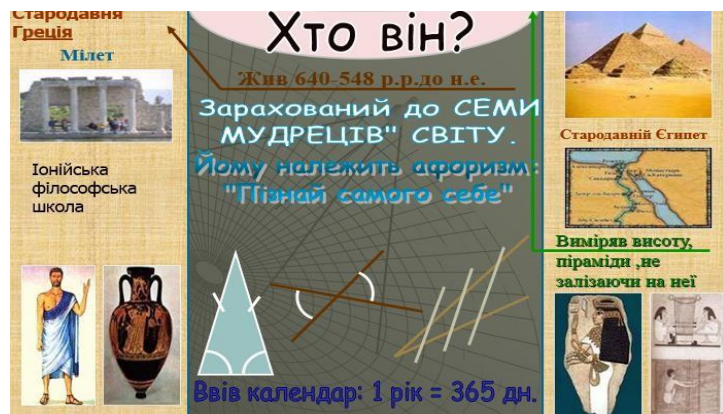
Склади блок-схему подібності різних видів трикутників:



Завдання 2.

ТЕСТ «Хто він?»

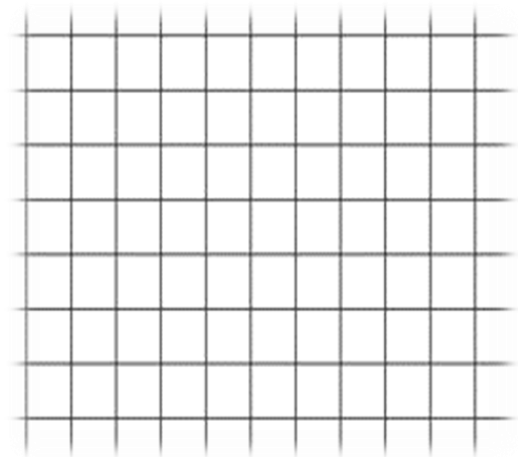
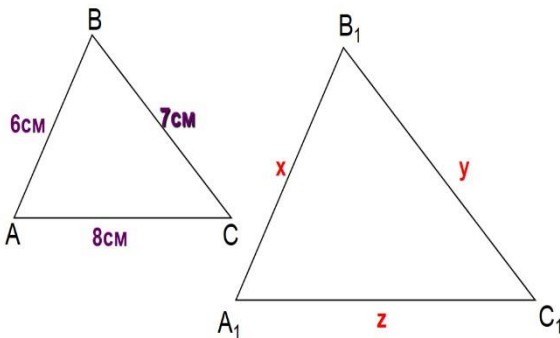
Розв'яжіть задачі (за рівнем складності- із зміною кольору малюнка, підвищується рівень складності задачі) і дізнайся ім'я великого математика



Задача1*

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ Знайдіть: x, y, z .

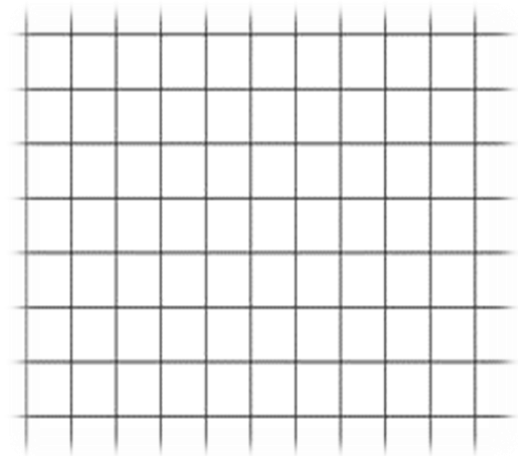
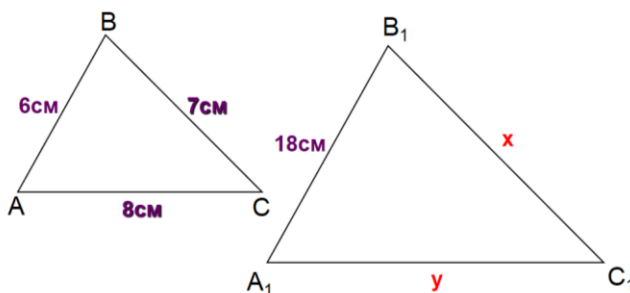
$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



A	O	У
12,14,16	14,15,20	10,12,16

Задача2 *

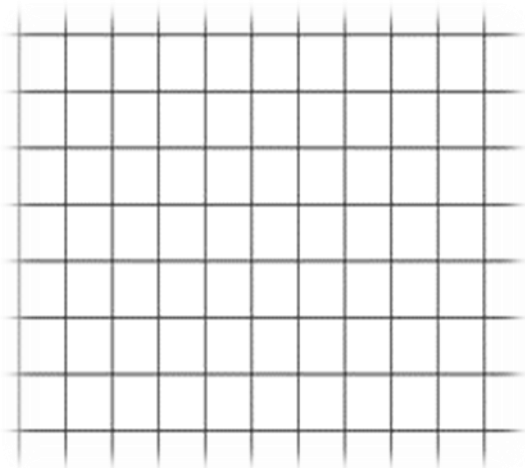
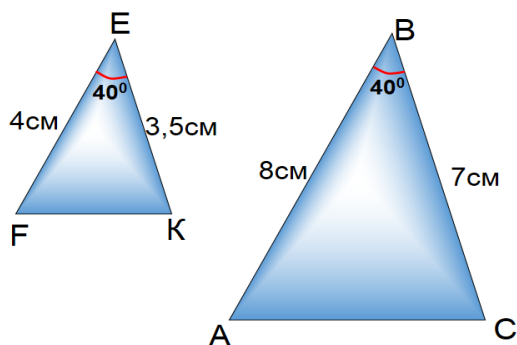
Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ Знайдіть: x, y .



П	Т	К
20,34	21,24	20,24

Задача3*

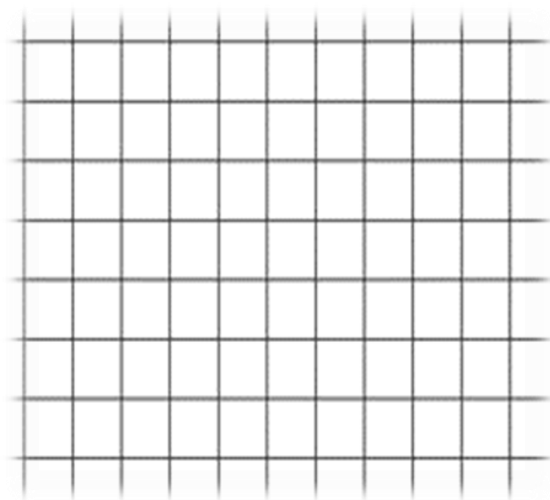
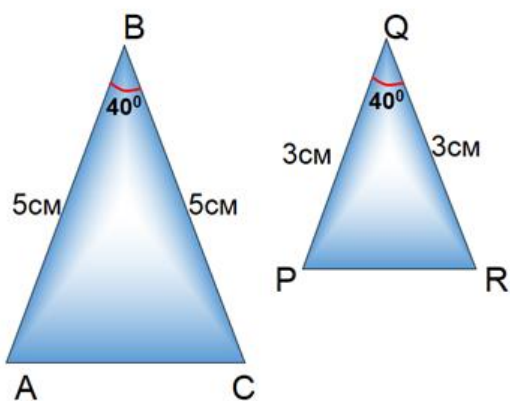
Знайди пари подібних трикутників та доведи, що вони подібні



І	У	А
$\triangle FEK \sim \triangle ABC$ за I оз	$\triangle FEK \sim \triangle ABC$ за III оз	$\triangle FEK \sim \triangle ABC$ за II оз

Задача4*

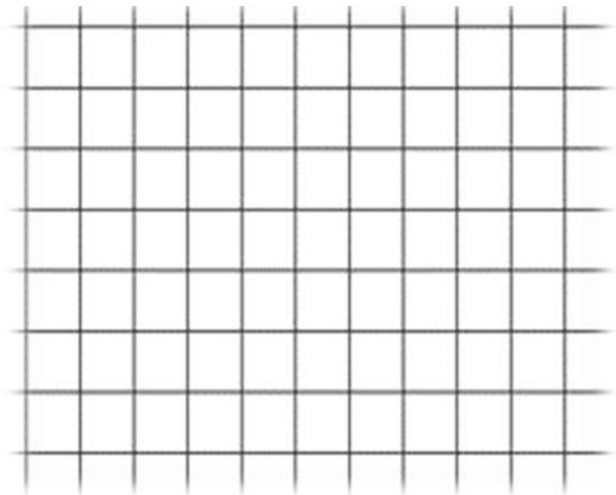
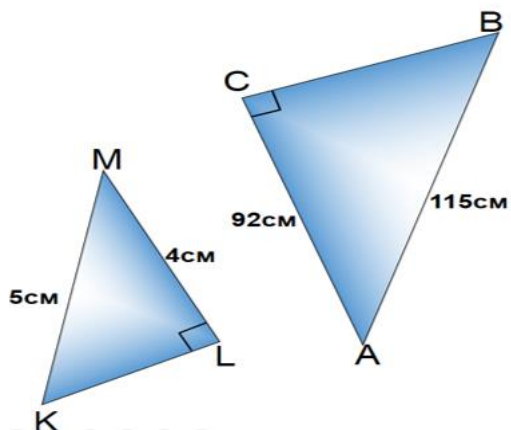
Знайди пари подібних трикутників та доведи, що вони подібні



В	Р	М
$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ за III ознакою	$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ за II ознакою	$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ за I ознакою

Задача 5*

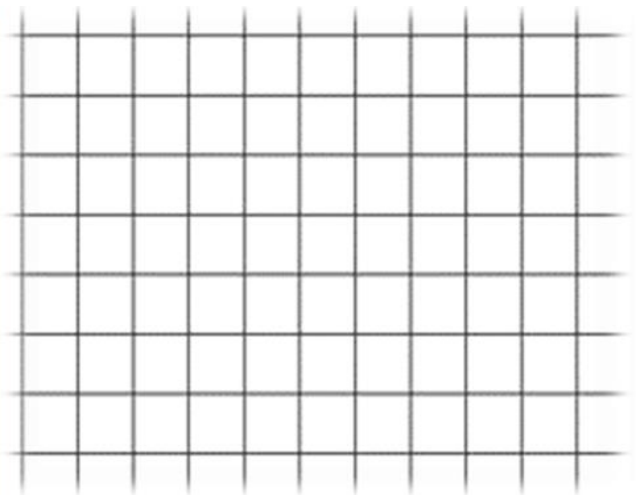
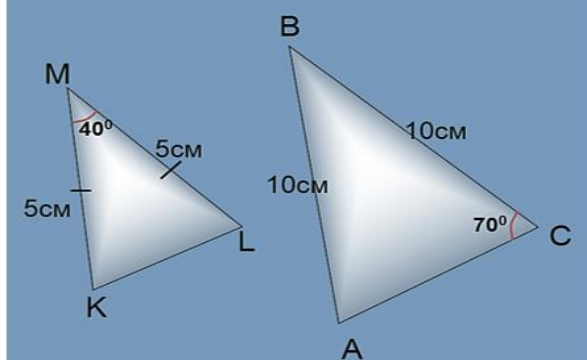
Знайдіть пари подібних трикутників та доведіть, що вони подібні



Е	І	А
$\triangle ABC \sim \triangle KML$ за III ознакою	$\triangle ABC \sim \triangle KML$ за I ознакою	$\triangle ABC \sim \triangle KML$ за II ознакою

Задача 6**

Знайди пари подібних трикутників та доведи, що вони подібні

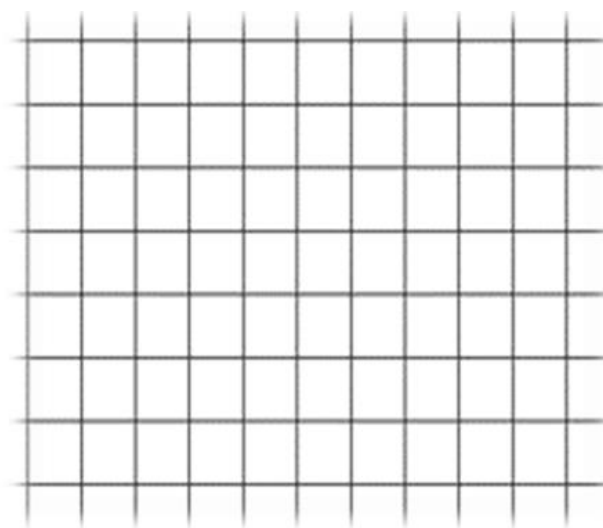
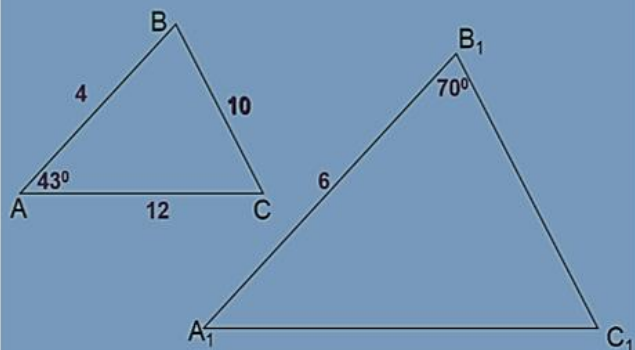


Р	Л	Б
$\triangle ABC \sim \triangle KML$ за III ознакою	$\triangle ABC \sim \triangle KML$ за I ознакою	$\triangle ABC \sim \triangle KML$ за II ознакою

Задача 7**

Знайти невідомі сторони і кути подібних трикутників.

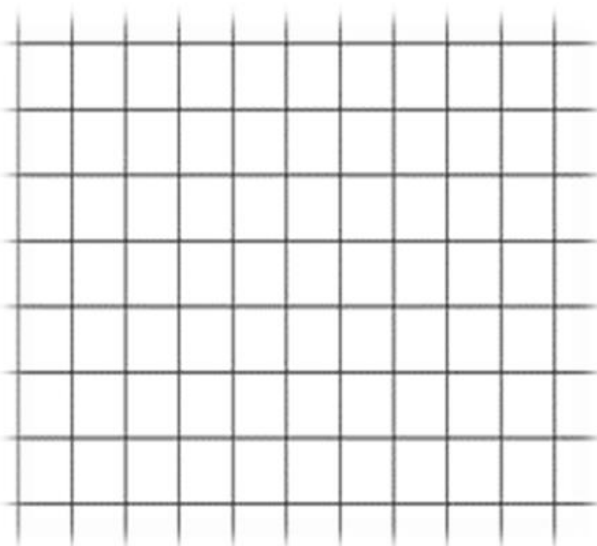
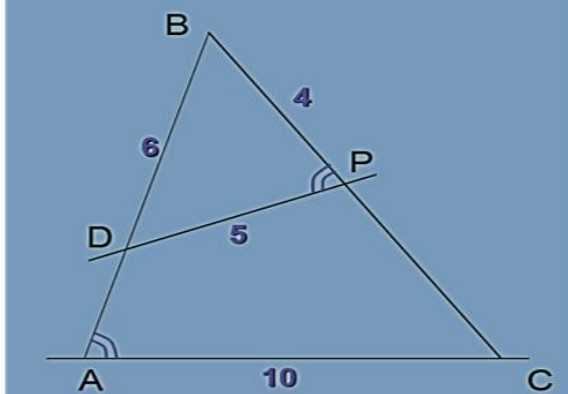
Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



І	О	Е
70°, 43°, 67° 15,25,28	60°, 33°, 67° 10,15,18	70°, 43°, 67° 10,15,18

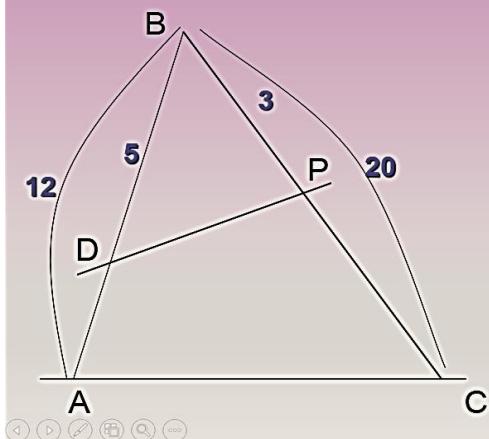
Задача 8**

Знайдіть пари подібних трикутників та доведіть, що вони подібні. Знайдіть АВ і РС.



Ф	К	З
$\triangle BAC \sim \triangle BDP$ за I ознакою, $AB = 12$, $PC = 8$	$\triangle BAC \sim \triangle BDP$ за III ознакою, $AB = 8$, $PC = 12$	$\triangle BAC \sim \triangle BDP$ за II ознакою, $AB = 8$, $PC = 8$

Знайдіть пари подібних трикутників та доведіть їх подібність

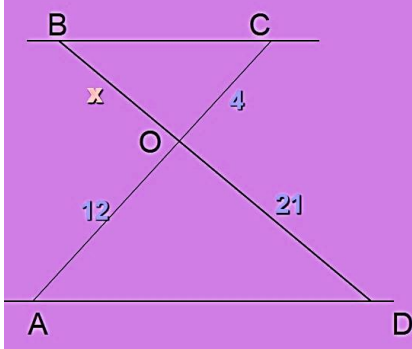


Задача 9***

Л	Н	С
$\triangle COB \sim \triangle AOD$ за II озн	$\triangle COB \sim \triangle AOD$ за III озн	$\triangle COB \sim \triangle AOD$ за I озн

Задача 10***

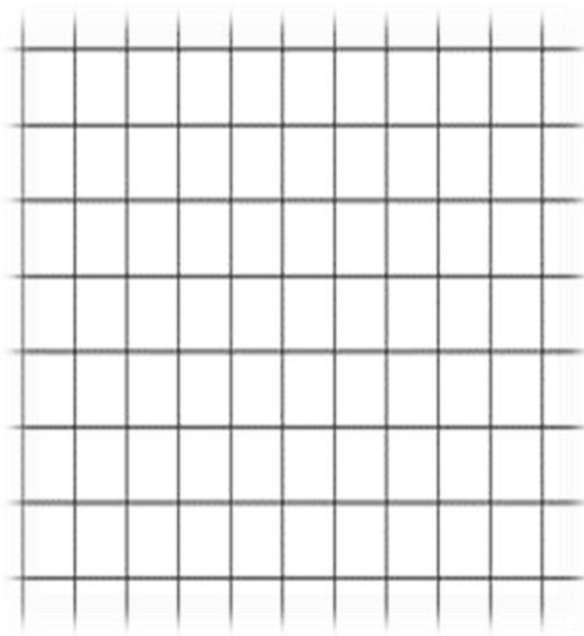
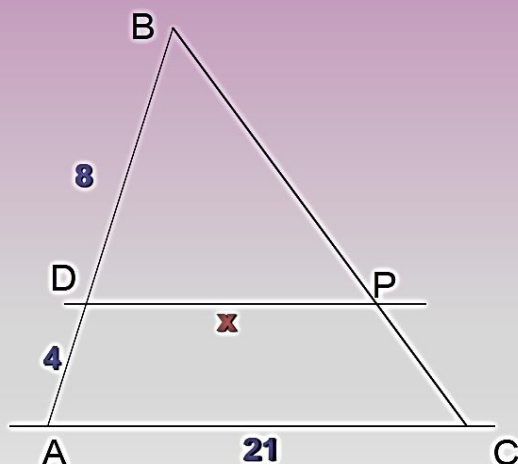
BC || AD. Знайдіть пари подібних трикутників та доведіть, що вони подібні



Т	Г	С
$\triangle ABC \sim \triangle PBD$ за III озн	$\triangle ABC \sim \triangle PBD$ за II озн	$\triangle ABC \sim \triangle PBD$ за I озн

Задача 11***

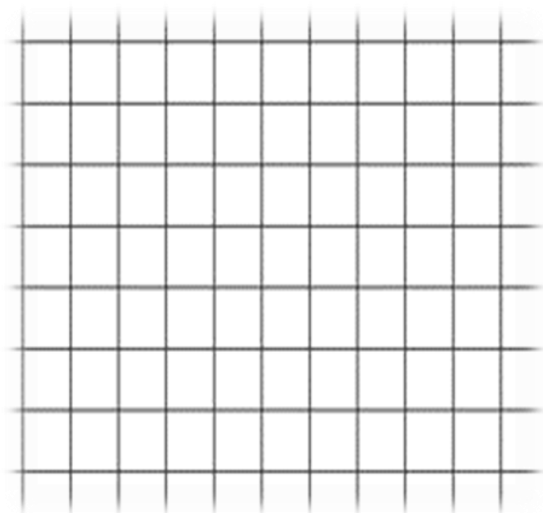
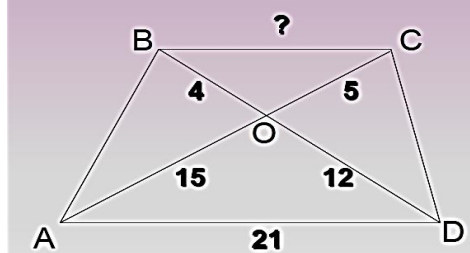
Трапеція ADPC. Знайдіть пари подібних трикутників та доведіть, що вони подібні



Е	А	И
$\triangle PDB \sim \triangle BAC$ за III озн	$\triangle PDB \sim \triangle BAC$ за II озн	$\triangle PDB \sim \triangle BAC$ за I озн

Задача 12***

Знайдіть пари подібних трикутників та доведіть їх подібність.



П	Ключ до тесту	Ф
$\triangle AOD \sim \triangle COD$ за II озн	$\triangle AOD \sim \triangle COD$ за III озн	$\triangle AOD \sim \triangle COD$ за I озн

12	1	6	7	10		8		4	3	9	5	2	11

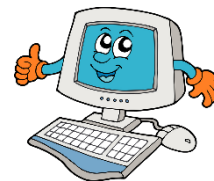
Більш детальну інформацію про вченого та його відкриття ти можеш дізнатись у інтернет-джерелах:

<https://ru.wikipedia.org>

<https://books.google.com.ua>

<https://books.google.com.ua/books?id=SLD6>

<https://books.google.com.ua/books?id=3fUh>



**Коли розум хоче відпочити, а душа просить
творити!**



**Школа
Креатива**

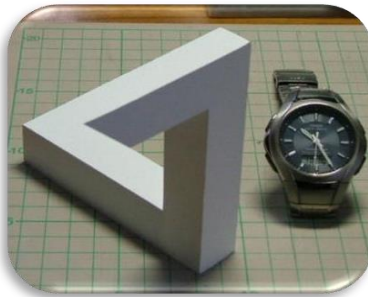
**Як намалювати ... «неіснуючий
трикутник», як це зробив в свій час
відомий художник ? Хочеш
спробувати! Вперед до роботи!**

Дорогий друже! Сьогодні я вкотре доведу тобі, що неможливе все-таки можливе. І яскраве підтвердження тому - неможливий трикутник Пенроуза, відкритий ще в минулому столітті. І як би це дивно не звучало, але його можна намалювати навіть самотійно. І зробити це зовсім нескладно.

Багато любителів малювати чи збирати оригами вже давно змогли це зробити. Існує кілька назв даної фігури. Одні називають її неможливим трикутником, інші - просто трібаром. Але найчастіше можна

зустріти визначення саме «трикутник Пенроуза». Це –неможливий об'єкт. Плоский малюнок може обманювати, зображуючи неможливе. Закрийте одну із вершин цього трикутника, і стане ясно, що одна із його сторін направлена до нас, а інша від нас. Тобто в просторі вони ніколи не можуть зустрітись!

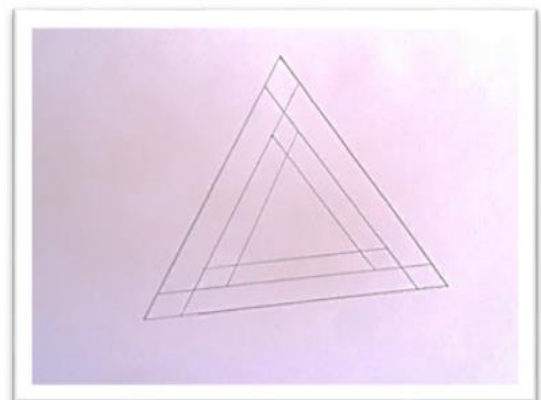
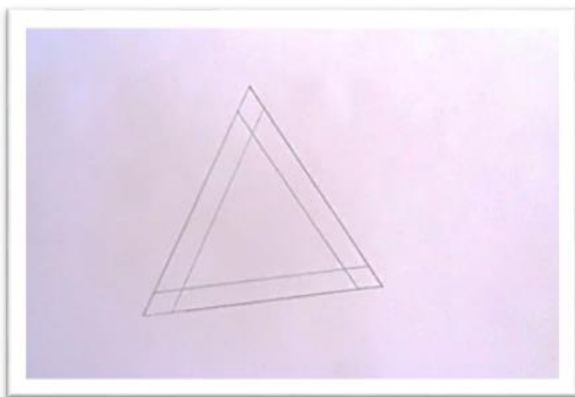




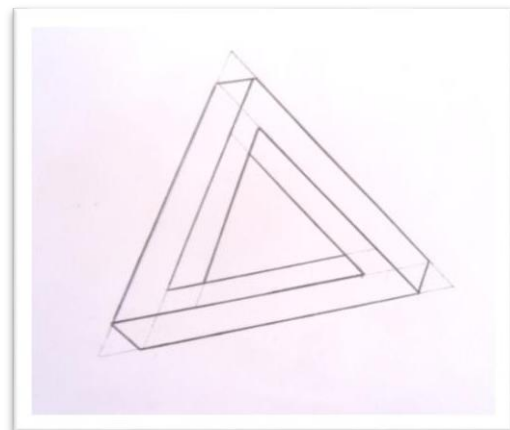
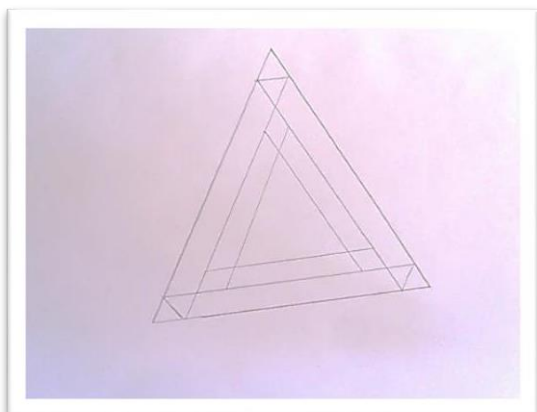
Проте знання про подібні трикутники (самоподібні, подібність за трьома сторонами) допоможуть нам приєднатись до відомих художників ілюзій. То ж починаємо малювати! Для роботи нам потрібні два простих олівця (м'який та твердий), резинка, лінійка. І починається магія ілюзій!

Щоб зрозуміти в чому магія, переглянь ось це відео!

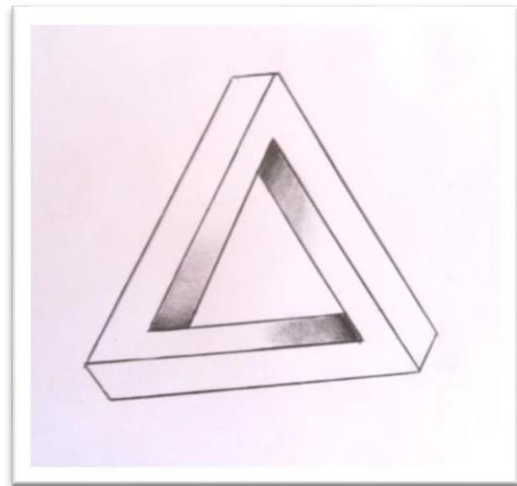
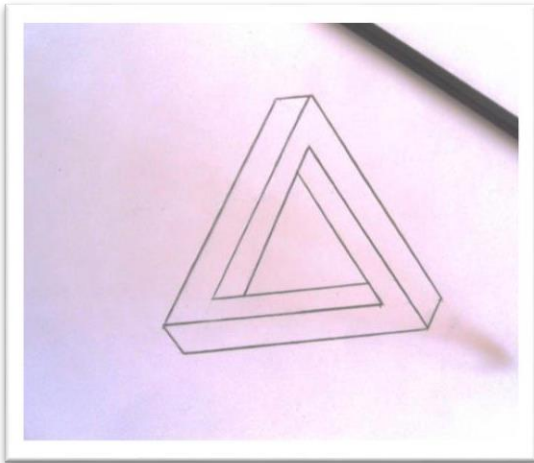
Алгоритм виконання рисунка:



1. Малюємо звичайний трикутник та проводимо прямі паралельні до сторін трикутника і на **однаковій** відстані.

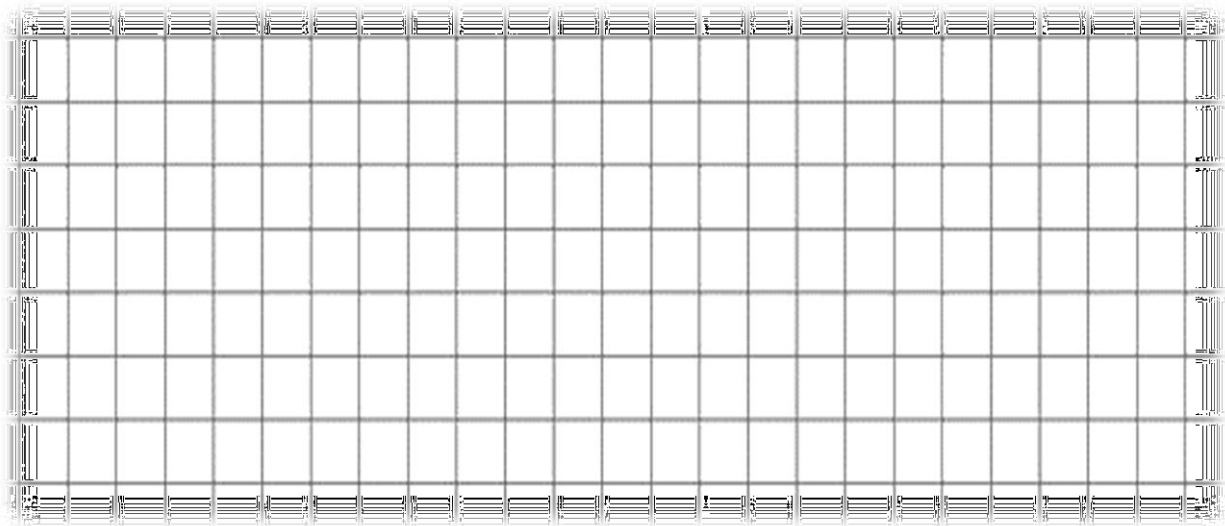


2. Сполучи точки перетину прямих із сторонами трикутника та «зріж» вершини так як на малюнку



3. Тепер обведи всі жирні лінії гелевою ручкою чи маркером та наведи м'яким олівцем тіні. Ось і ти зумів, як свого часу вперше це зробив шведський художник Оскар Реутерсвард (1934 р.). До речі, ця фігура названа в честь англійського математика Роджера Пенроуза (1958 р.), який описав цей «трикутник», а під впливом цієї фігури Мауриц Ешер написав одну із своїх знаменитих літографій «Водопад» та став відомий світу як майстер «геометричних ілюзій»

Твій неможливий трикутник Пенроуза:



Додаткове завдання :

Дивлячись на мал.2, учень сказав, що три трикутники подібні за III ознакою подібності, а $k = 1/3$ по відношенні до найменшого трикутника. Чи правий учень, якщо ні, то чому?

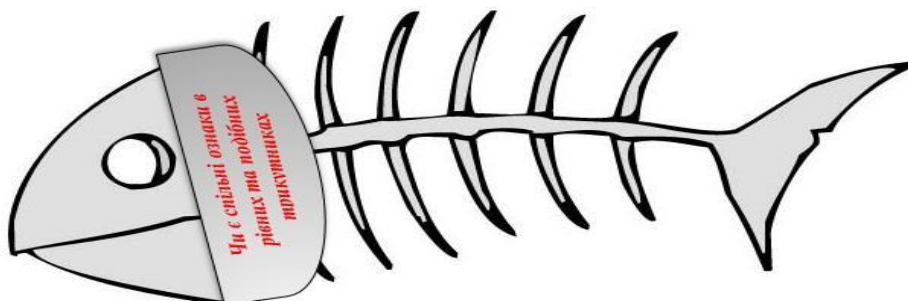
13-метрова скульптура неможливого трикутника із алюмінія була створена в [1999 році](#) в м. [Перт](#) ([Австралія](#))



Вправа «Фішбоун»

Проблема. Чи є спільні ознаки ,
властивості в рівних та подібних трикутниках

На скелеті рибини (верхні кістки) напиши ознаки та властивості рівних трикутників, а на нижніх кістках скелету – ознаки та властивості подібних трикутників. На хвості - висновок.



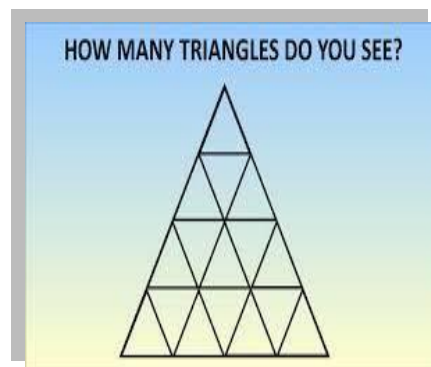
Завдання 1

Порахуй скільки подібних трикутників ти бачиш!

На чому ґрунтується підрахунок?

Як називається цей трикутник?

Відповідь напиши на англійській мові





«Хитрі» запитання для кмітливих учнів:
Застосування теоретичних основ подібності при побудові та дослідженні трикутника Серпінського
Гіпотеза. Подібність в природі? Фантастика!

1. Чи можна стверджувати, що довільні два рівносторонні трикутники подібні? Чому?

2. Дано два прямокутні трикутники. Чи можна стверджувати, що вони подібні?

3. Що треба знати, щоб стверджувати, що два рівнобедрені трикутники подібні?

4. Чи подібні зовнішній і внутрішній трикутники в креслярському трикутнику?

5. Якщо на кут величиною 30° дивитися в лупу з чотириразовим збільшенням, то якої величини кут побачимо?

Завдання 1. Знайди що спільне та що об'єднує ці об'єкти? (Викресли, які ознаки в таблиці лішні)



Завдання 2. А тепер подумай та запропонуй свої об'єкти природи, у яких частина подібна цілому

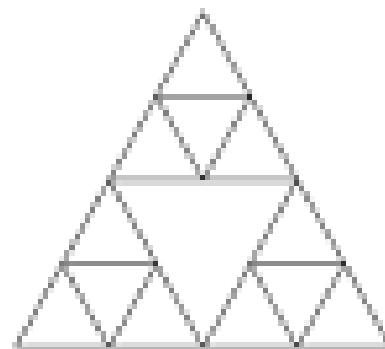
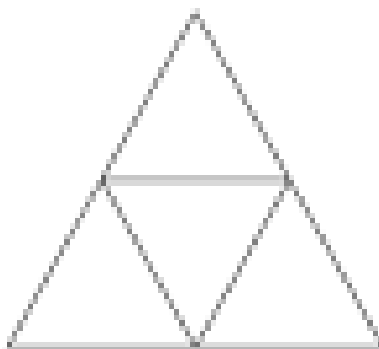
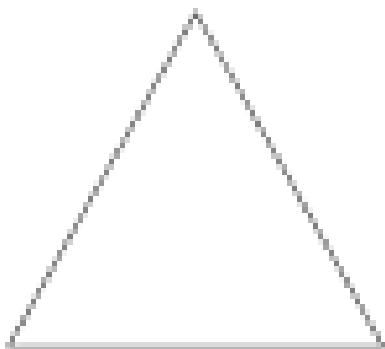
Дослідницько-практична робота

Тема. Побудова найпростіших фракталів , Трикутник Серпінського

Обладнання: лінійка, червоний, синій та простий олівці.

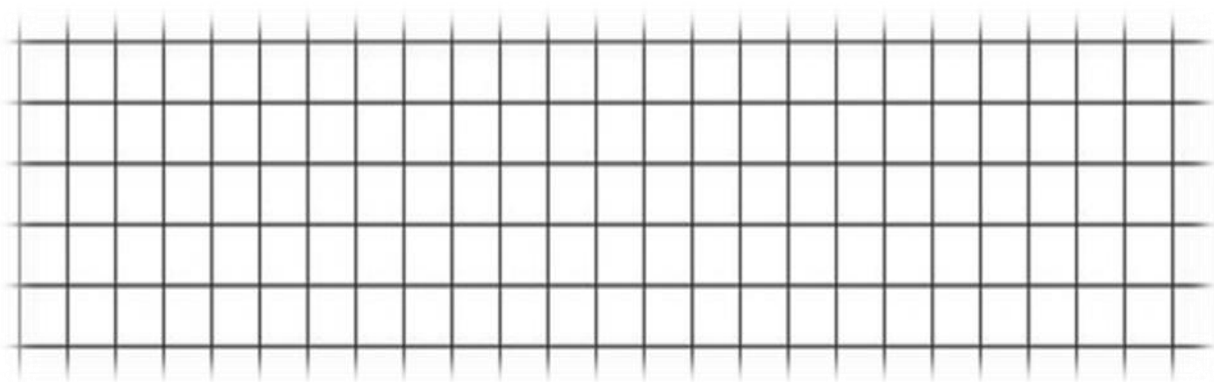
1. Побудуй рівносторонній трикутник та розділи його на 4 рівних трикутники.
2. Центральний трикутник розфарбуй в червоний колір
3. Потім 3 трикутника ще раз розділи на 4 рівних трикутника та кожний центральний розфарбуй в синій колір. До речі, а як називаються лінії якими ми ділили трикутник? _____

4. Знайди коефіцієнти подібності трикутників (1 варіант - відношення найбільшого до червоного, 2 варіант- відношення червоного трикутника до синього).



5. Досліди трикутники та запиши результати в таблицю:

<i>Самий великий та червоний трикутники</i>	<i>Червоний та синій трикутники</i>
<i>За якою ознакою трикутники подібні</i> _____	<i>За якою ознакою трикутники подібні</i> _____
<i>Коефіцієнт подібності великого і червоного трикутника</i> _____	<i>Коефіцієнт подібності червоного і синього трикутника</i> _____



Висновок :



Еврика! Ти отримав дуже цікаву фігуру, яка називається самоподібною. Фігури, кожен елемент якої подібний до себе, французький математик Мандельброт назвав фракталами. Існують фрактали, створені вченими і створені природою. Трикутник Серпінського (серветка Серпінського) - фрактал, запропонований польським математиком Серпінським в 1915 році. Також відомий як «решітка» або «серветка» Серпінського.

Які вони фрактали? Більш детальну відповідь на це запитання ти знайдеш у додатку до зошита , або інтернет джерелах:

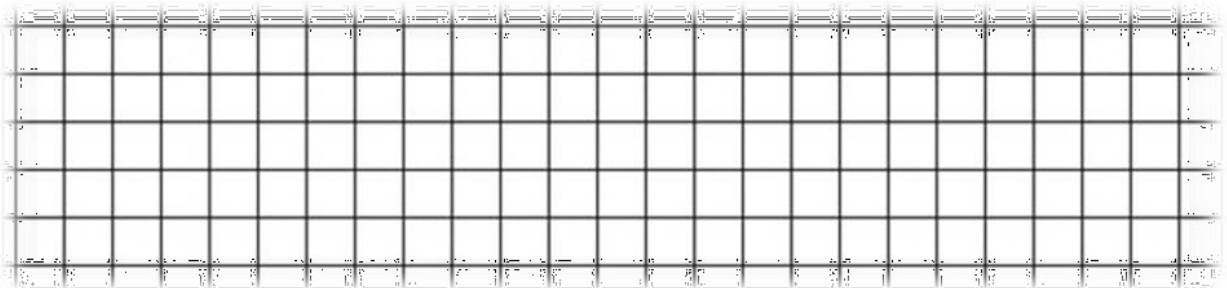


відео

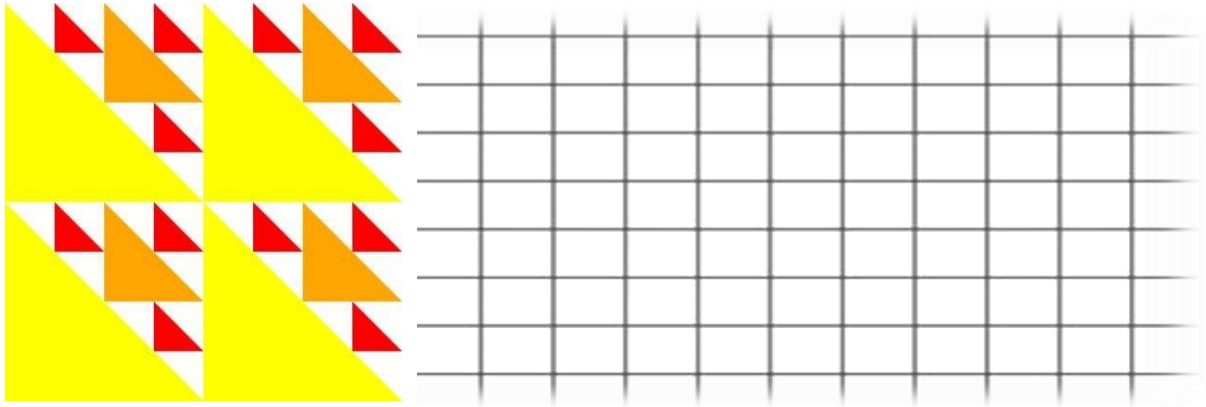
Завдання 3. « Знання англійської допоможуть! »

- *Поясни чому дорівнює площа найменшого подібного трикутника в третьому рядку таблиці 9/16*
- *Доведи, що і в трикутнику Серпінського коефіцієнт подібності дорівнює відношенню периметрів*

The Sierpinski Triangle		
Start with a solid equilateral triangle		Area = 1 Perimeter = 3
- Divide into 4 triangles - Remove middle triangle		Area = $\frac{3}{4}$ Perimeter = $\frac{9}{2}$
Repeat for the remaining 3 triangles		Area = $(\frac{3}{4})^2$ Perimeter = $(\frac{9}{2})^2$
Repeat for the remaining 9 triangles		Area = $(\frac{3}{4})^3$ Perimeter = $(\frac{9}{2})^3$
After infinite repetitions		Area $\rightarrow 0$ Perimeter $\rightarrow \infty$



Завдання 4. «Склади свою задачу про цей фрактал!»



«Стань дизайнером!»

Завдання 5.

Трикутник Серпінського є досить популярним у реальному житті: і дизайнери, і художники, і ювеліри та й навіть любителі флешмобів «увіковічують» його в своїх роботах. А чи хотів би це зробити ти? Спробуй!





*Музика може піднімати або
умиряти душу, живопис -
радувати око, поезія - пробуджувати
почуття, філософія - задовольняти
потреби розуму, інженерія -
удосконалювати матеріальну сторону
життя, а математика здатна досягти
всі цих цілей*
Моріс Клайн

Практичні задачі на застосування подібності



А чи готовий ти до подорожі?

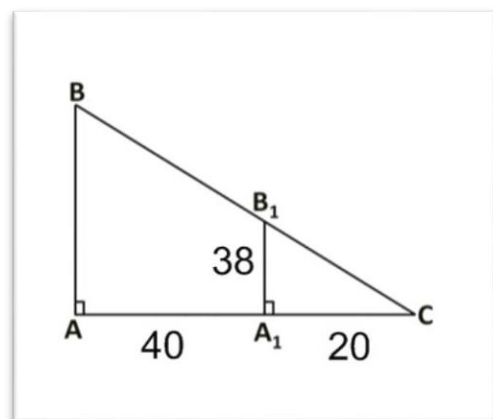
Бліц-опитування «В парі із другом»

- Які відрізки називаються пропорційними?
- Які трикутники називаються подібними?
- Які ознаки подібності трикутників ти знаєш?
- Чому дорівнює відношення площ та периметрів подібних трикутників?
- Середня лінія трикутника і її властивості.

Вчимось розв'язувати задачі із життя

1. Задача від біолога

Визначити висоту дерева, якщо для його вимірювання береться жердина висотою 38 м, відстань від дерева до жердини становить 40 м, а відстань від жердини до точки, з якої видно верхівку дерева дорівнює 20 м.



Розв'язання :

1. Зробимо малюнок до задачі
2. Розглянемо трикутники ABC і $A_1B_1C_1$.

які подібні за _____. Отже складаємо пропорцію:

Робимо підстановку: $38/x = 20/60$.

Звідки $x = 114$ м.

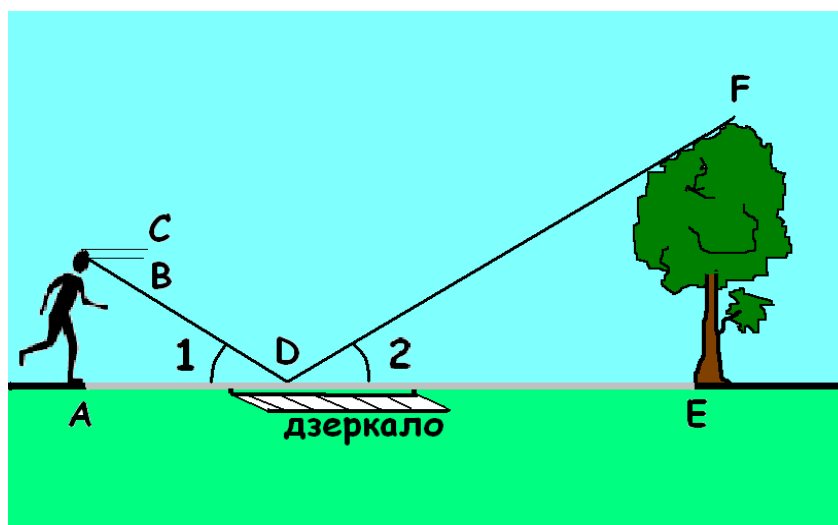
Ти здивований? Думаєш, що висота нереальна, але чи відомо тобі, що найвище дерево Гіперіон зростає в каліфорнійському національному парку, на горі Сьєрра-Невада. Воно досягло висоти в 114 метрів і зустрічається тільки на західному схилі на висоті 1500-2000 м.



2.Задача від фізика

Якщо Ви знаєте свій зріст, то визначити висоту дерева чи стовпа можна скориставшись дзеркалом (мал. 1). та законом відбивання світла: кут падіння променя світла 2 дорівнює куту відбивання 1. То ж виведіть формулу для знаходження висоти дерева.

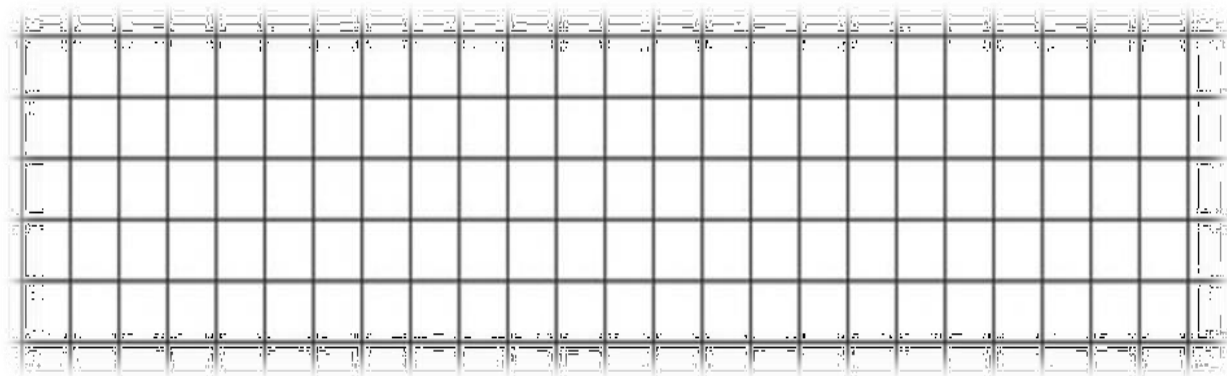
Малюнок 1



Розв'язання: Так як кут _____ дорівнює куту _____, тому що _____, а кут E і кут A _____, то трикутник BAO і трикутник FOE прямокутні і подібні за _____.
 Запишемо відношення відповідних сторін:
 $AD/$ _____ $=$ _____ $/FE$. Звідси $FE =$ _____.

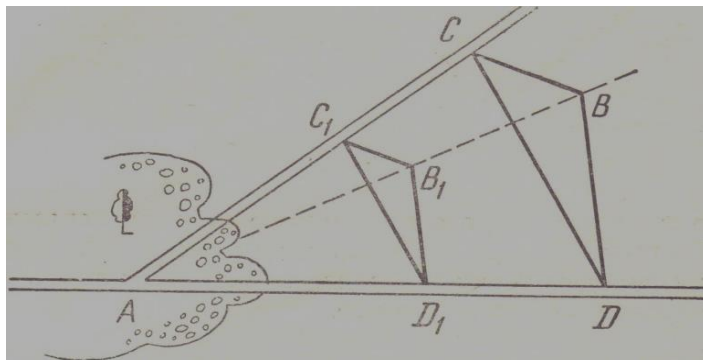
3. Задача від історика

Як фотографія пам'ятника М. Залізняка
 (ватажок Гайдамацького
 повстання»Коліївщина» 1768-1769 р.р.)
 може допомогти визначити його реальну
 висоту, якщо розмір плити пам'ятника
 становить 3 м? На чому ґрунтується
 даний спосіб вимірювання недосяжної
 висоти?



4. Задача від будівельника

Із п. В до місця перетину двох доріг AC і AD потрібно провести залізничну колію. Як на місцевості намітити дорогу BA , якщо місце A оточене лісом? Підказка. Використовуй будь-яку ознаку подібності трикутників (див. мал.).



Відповідь:

A blank sheet of white graph paper featuring a uniform grid of thin black horizontal and vertical lines. The grid covers most of the page, leaving margins at the top, bottom, left, and right. There are no markings, text, or drawings on the grid itself.

Відповідь:



Школа Креатива

**Коли розум хоче відпочити, а
душа просить творити!**

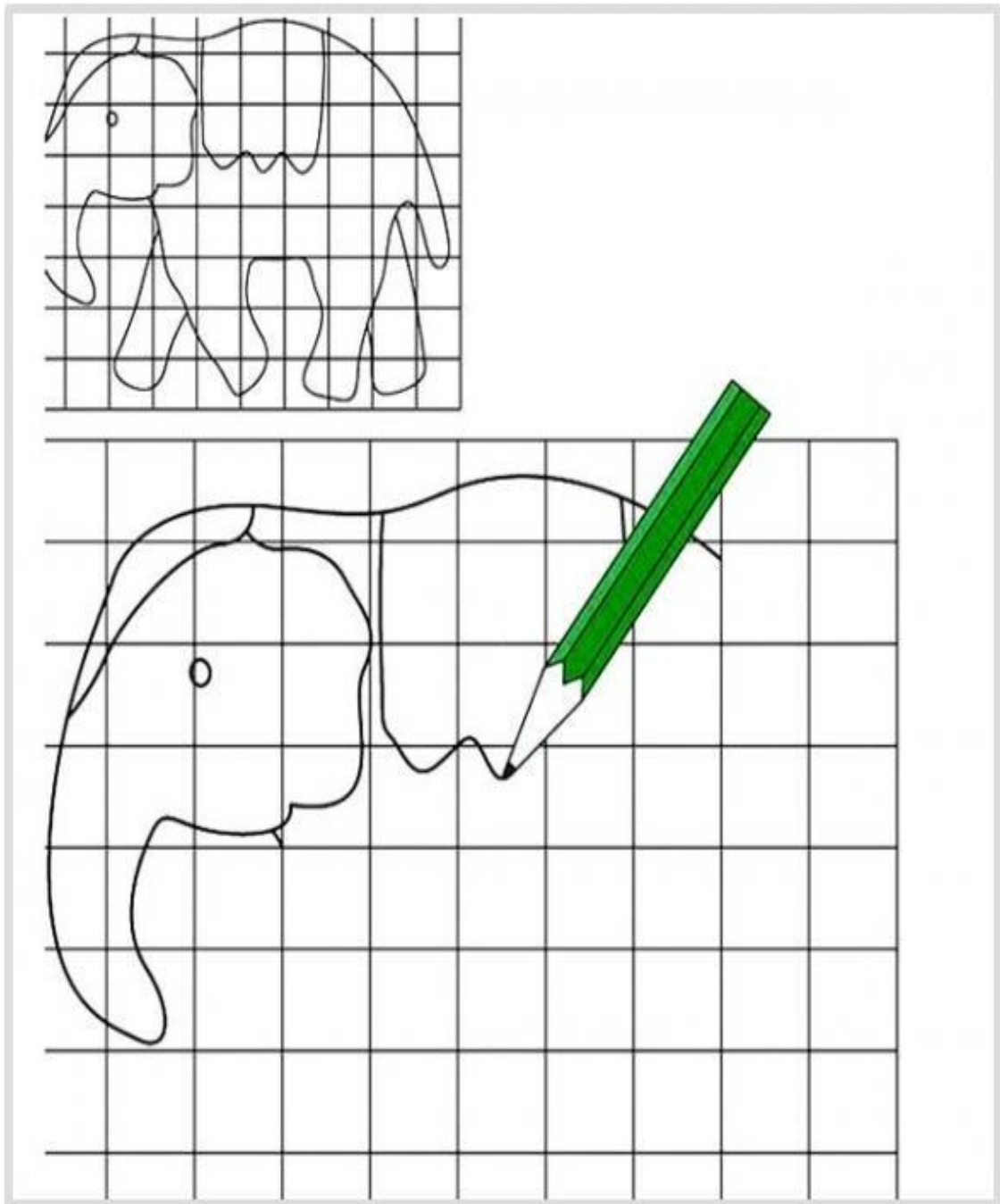
**Як «подібність» навчить
малювати навіть без особливих талантів ! Хочеш
спробувати! Вперед!**

Кожен учень в молодших класах школи на уроці математики користувався палеткою, її можна використовувати як інструмент масштабування. Для цього на роздрукований малюнок простим олівцем наноситься сітка розміром 1 на 1 см.

На другий лист більшого розміру наноситься сітка з такою ж кількістю клітинок, але сторони їх можуть бути будь-якого довільного розміру. Наприклад, якщо зображення потрібно збільшити вдвічі, сітка виконується зі стороною квадрата 2 см. Коли сітку отримали, потрібно акуратно, квадратик за квадратиком переносяться фрагменти малюнка. Даний спосіб досить швидкий і дуже цікавий.

Завдання 1 .

- *Спробуй домалювати збільшеного слоника.*
- *У скільки раз ти отримав збільшене зображення?*
- *Як це число називається в геометрії?*
- *Яку помилку допущено при поділі на квадрати в другому випадку? Якщо роздрукований малюнок ми використаємо в незмінному вигляді , ми отримаємо «подібного» слона чи ні? Доведи це, пригадавши властивості подібних фігур*



Завдання 2 .



Переглянь відео і ти побачиш, як можна намалювати навіть натюрморт, розуміючи пропорційність. Ну, що , спробуєш!

Подібність і література

Задача 1.

Визначення висоти в'язу в оповіданні А. Конана Дойля «Обряд будинку Месгрейвів»



Всесвітньо відомий письменник Артур Конан Дойль був лікарем. Але він дуже добре, мабуть, знав геометрію. В оповіданні «Обряд будинку Месгрейвів» він описав, як Шерлоку Холмсу потрібно було визначити, де буде кінець тіні від в'язу, який зрубали. Він знав висоту цього дерева раніше.

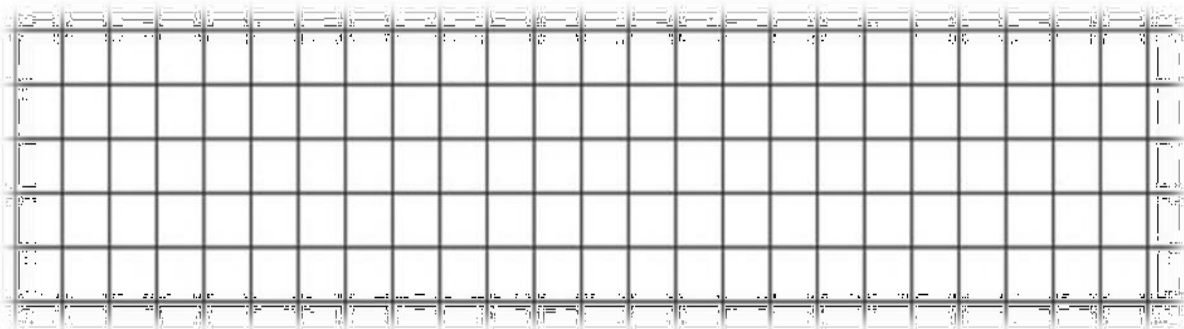
Шерлок Холмс так пояснив свої дії: «... я пов'язав разом два вудилища, що дало мені шість футів, і ми з моїм клієнтом відправилися до того місця, де колись ріс в'яз. Я встромив свою жердину в землю, зазначив напрямок тіні і виміряв її. Її було дев'ять футів. Подальші мої обчислення були вже зовсім нескладні. Якщо палиця заввишки в шість футів відкидає тінь - дев'ять футів, то дерево заввишки шістдесят чотири фути відкине тінь в _____ футів, і напрямок тієї й іншої, зрозуміло, буде збігатися».

Завдання:

Поясни спосіб яким виміряв довжину тіні Шерлок Холмс.

Який фактор варто йому ще врахувати?

Яка довжина тіні дерева в метрах ?



Задача 2. Визначення висоти скали у романі Жюль Верна «Таємничий острів»



Один з вельми нескладних способів вимірювання високих об'єктів описаний у Жюль Верна у відомому романі «Таємничий острів».

«Сьогодні нам треба зміряти висоту майданчика Далекого Вигляду (він розміщений буде на вершині скали), - сказав інженер.

- Вам знадобиться для цього інструмент? – запитав Герберт.

- Ні, не знадобиться. Ми діятимемо трохи інакше, звернувшись до менш простого і точного способу.

Узявши пряму жердину, футів 12 завдовжки, інженер зміряв її за своїм зростом, який знав абсолютно точно. Герберт же ніс за ним висок (гнучку ліану до кінця якої був підвішений камінь).

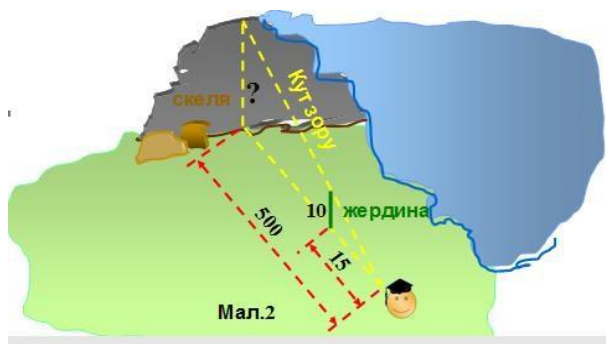
Не доходячи футів 500 до гранітної стіни, що піднімалася прямовисно, інженер увіткнув жердину фута на два в пісок і, міцно укріпивши її, поставив **вертикально** за допомогою виска. Потім відійшов від жердини на таку відстань, щоб лежачи на піску, можна було на одній прямій лінії бачити і кінець жердини, і край гребеня. Цю крапку він ретельно помітив кілочком. Обидві горизонтальні відстані були зміряні: менша дорівнювала 15 футам, більша – 500 футам.

- Тобі знайомі основи геометрії? – запитав він Герберта, піднімаючись із землі.

- Так.

- Пам'ятаєш властивості подібних трикутників?»

- Далі у романі приводяться математичні обчислення.



1. Поясни на підставі якої ознаки подібності проведено обчислення.

2. Хто відкрив цей спосіб вимірювання недоступних висот?

3. Чому дорівнювала висота гранітної скелі

Відповідь: _____

Творчі- завдання для творчих учнів:

Завдання 1 .

Підготуй розповідь, проект, відеофільм, презентацію(3 хв) на тематику: «Прилади яким можна виміряти недоступні об'єкти»; « Подібність в літературі»

Завдання 2 . «Коли подібне – неподібне?»

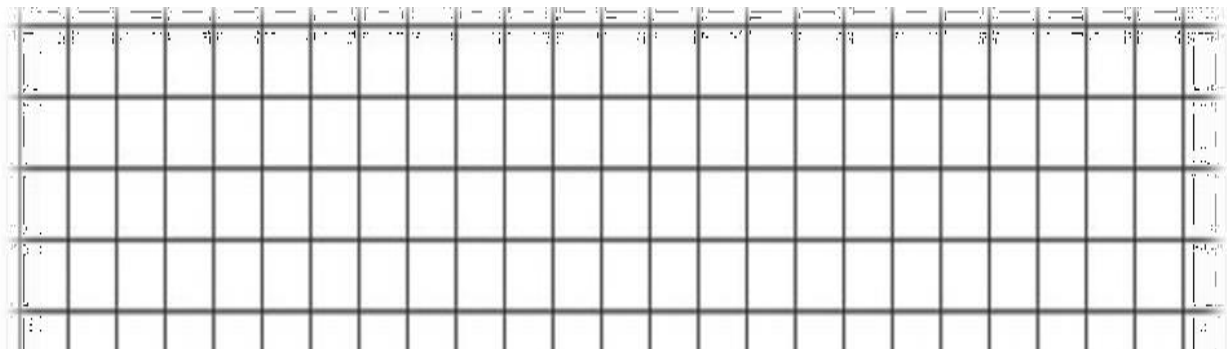
Пропоную тобі стати трішки філософом і написати невеличке ессе Прочитай цитати українського поета В. Васюри та англійського В. Шекспіра (переклад ШІ), де вжито слова « подібне, подібна» та порівняй їх за змістом та математичним означенням подібності. Хто виявився « ближче» до геометрії і чому?



Так ніхто не кохав.
Через тисячі літ лиш приходить
подібне кохання.
В день такий розцвітає весна на землі
І земля убирається зрання..
Володимир Сосюра



Моє кохання, **подібне**, як лихоманки-
жар,
Що прагне лиш сильніше розгорітись.
А ліки — наче для вогню нагар:
Не гасить, а вчить полум'я світити..
Вільям Шекспір



Задачі на подібність в «Мандрах Гуллівера» Д. Свіфта

Задача 1.

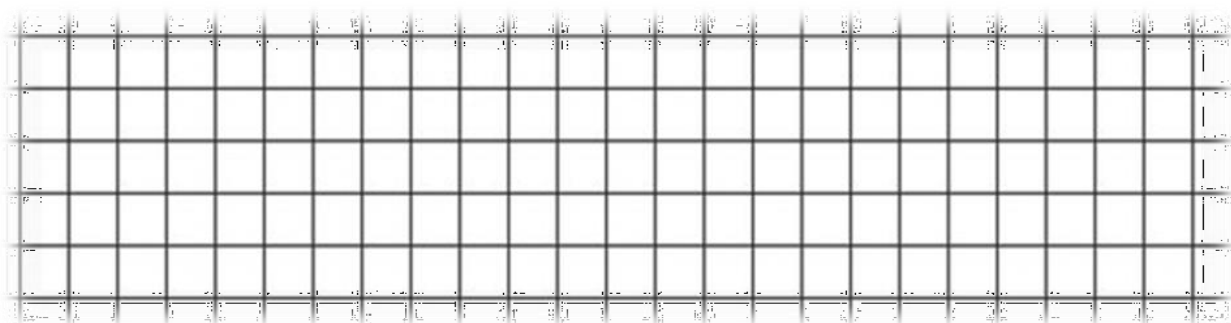
ПРОТЯЖНІСТЬ МІСТА

Чи пам'ятаєте ви, як Гулівер визначив розміри столиці країни велетнів? Читаємо в «Подорожі в Бробдінгнєг»:

«Місто розташоване по обидва береги річки. Вото тягнеться в довжину на три глонглюнга (близько п'ятдесяти чотирьох англійських миль), а в ширину - на два з половиною глонглюнга. Я особисто зробив ці вимірювання на карті, складеній за наказом короля і навмисне для мене розкладеної на землі, де вона займала простір в сто футів. Роззувшись, я пройшов кілька разів по діаметру кола, яка займала карта, порахував число моїх кроків і легко визначив за масштабом протяжність міста».



Завдання. На чому базується описаний спосіб вимірювання? Як в даному випадку застосовується подібність?



Задача 2. ВЕЖА ВЕЛЕТНІВ

Розповідаючи про визначні пам'ятки столиці Бробдінгнєга, Гулівер зауважує:

«Мені дуже хотілося відвідати головний храм і особливо вежу, яка над ним здіймалася та вважалася найвищою в королівстві ... Однак

я, зізнатися, розчарувався в своїх очікуваннях, так як висота вежі була не більше трьох тисяч футів, рахуючи від основи до вершини; отже, якщо взяти до уваги різницю в рості європейця і тубільця, вежа ця не уявляла собою нічого гідного подиву, бо (якщо пам'ять не зраджує мені)



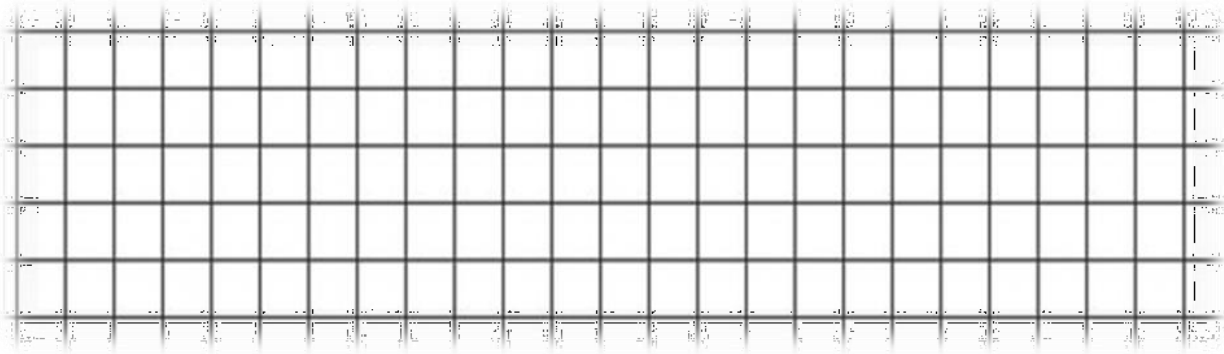
вона далеко не досягала висоти дзвіниці в Солсбері **, у відповідній пропорції».

Завдання. На скільки футів (зрозуміло, у відповідній пропорції) споруда велетнів була нижче дзвіниці в місті Солсбері, висота якої дорівнює 404 футів?

1 дюйм $p = 1/12$ фута,

чи 2,54 см. 1 ярд = 3

фута, чи 0,914 м.



Відповідь:



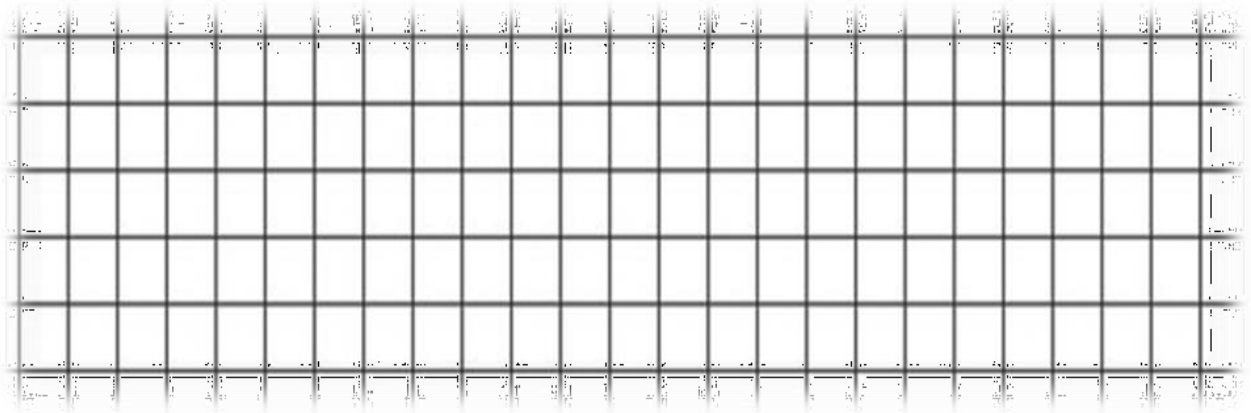
Задача 3. **КМІТЛИВІ ШВАЧКИ**

Ліліпути («Мандри в Ліліпутію») непогано розбиралися в геометрії і вміло застосовували її закони на практиці. Варто згадати оригінальний спосіб, за допомогою якого швачки зняли з Гуллівера мірки, щоб зшити для нього білизну.

«Вони зміряли великий палець [моєї] правої руки і цим обмежилися. За допомогою математичного розрахунку, заснованого на тому, що обхват кисті вдвічі більше довжини пальця, обхват шиї вдвічі більше обхвату кисті, а обхват талії вдвічі більше обхвату шиї, і за допомогою старої моєї сорочки, яку я розстелив на землі перед ними як зразок, вони пошили мені білизну цілком по моєму росту ».

Завдання.

- Перевір, на скільки відрізняється зазначене співвідношення розмірів перерахованих частин тіла людини від твоїх власних розмірів та «золотого перетину»



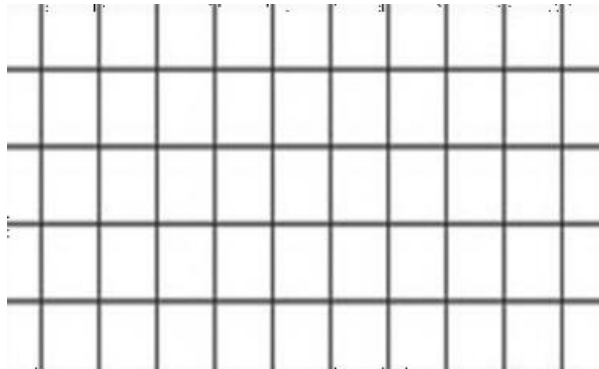
- Чим виступив в даній задачі великий палець руки Гуллівера?

Задача про Іссумбусі, або хлопчика-мізинчика.

А чи знаєш ти, що відомого героя української народної казки - хлопчика-мізинчика в Франції його називають Ссумбусі, в Японії – Момотаро. Пропоную розглянути ілюстрацію до німецької народної казки про Іссумбусі.

Завдання. «Чи знає художник- ілюстратор подібність?

Відповідь: _____



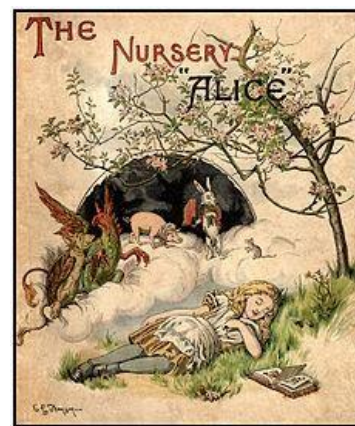
Перевір реальність зображення художника та оціни його знання азів подібності(згадай пропорційні відрізки, властивості пропорцій). Ти будеш дуже здивований .

Підказка: За допомогою нитки вимірй довжину зображення хлопчика-мізинчика на ілюстрації, потім запиши його зріст, який дорівнює довжині мізинця), запиши розмір мізинця (в середньому розмір мізинця дорівнює 5,8 см) та розмір зображення долоні дорослого. Склади відношення та дізнайся розмір долоні дорослого та порівняй (середній розмір – 18,7 см). А, порівняй муху!

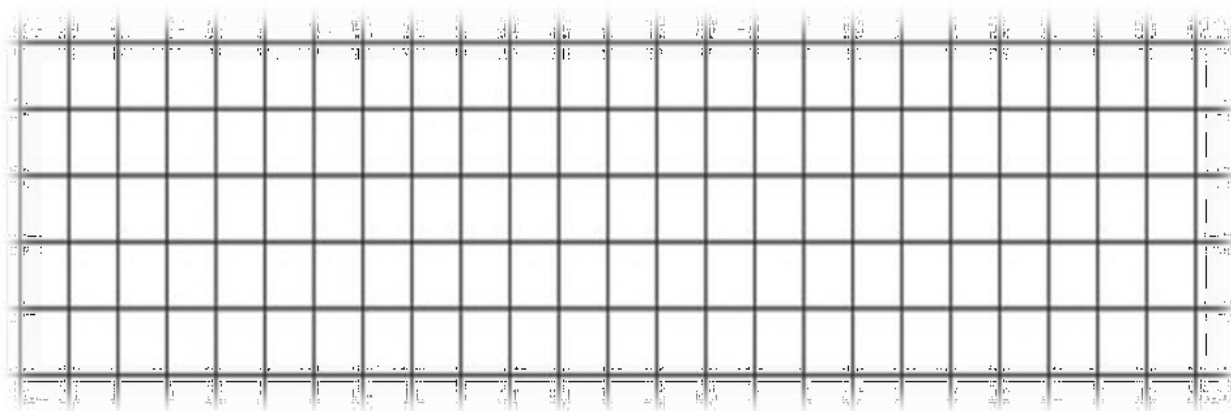
Ну, що, здивувалися? Я здивувалася також!

Творче завдання для творчих учнів

На уроках світової літератури ти читав казку математика Л. Керолла «Пригоди Аліси в країні Див». Згадайте твір Л. Керолла Які зміни відбувалися з головною героїнею: то вона виростала до декількох футів, то зменшувалася до декількох дюймів, завжди залишаючись, втім, сама собою. Про яке перетворення з точки зору геометрії йде мова?



Погортай сторінки цієї дивовижної казки та чи то за її мотивами, чи то за ілюстраціями до неї склади задачу на подібність.



Застосування подібності (геометричного методу) при розв'язуванні текстових задач на рух і роботу

Задача №1 (із поясненням).

Два пішохода вийшли одночасно з двох сіл А і В назустріч один одному.

Після зустрічі перший пішохід йшов 25 хвилин до села В, а другий ішов 36 хвилин до села А. Скільки хвилин вони йшли до зустрічі?

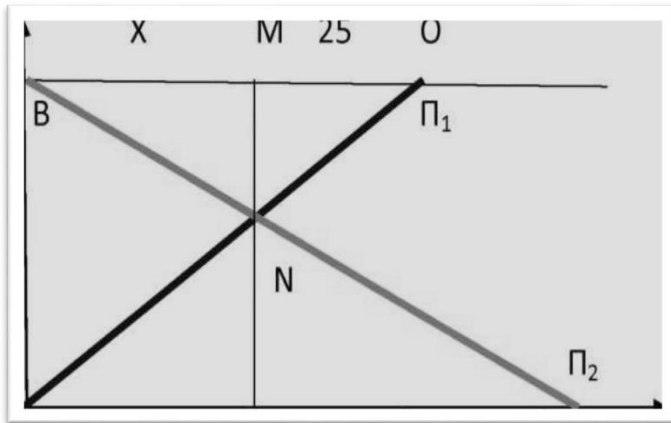
Розв'язання:

Розглянемо метод подібності, який часто допомагає уникнути громіздких міркувань і складання складного рівняння (або кількох рівнянь).

Нехай до зустрічі пішоходи йшли X хвилин. Побудуємо графіки руху пішоходів (мал. 1). Так як в задачі робота розглядається як рівномірний

процес, то відрізок АО - графік руху першого пішохода, а відрізок ВР- графік руху другого пішохода, АК зображує час руху до зустрічі, МО час руху першого пішохода після зустрічі до села В, МО = 25, КР- час руху другого пішохода після зустрічі до села А, КР = 36. Проведемо МК || АВ і розглянемо, які утворилися трикутники.

Шлях, км



З подібності двох трикутників BNM і PNK, MNO і KNA (за двома кутами) слідує, що

$$\frac{MN}{NK} = \frac{X}{36} \quad \text{та} \quad \frac{MN}{NK} = \frac{25}{X}$$

Складемо рівняння $\frac{X}{36} = \frac{25}{X}$, $x^2 = 25 \cdot 36$. Це рівняння має єдиний додатний корінь $x = 30$. відповідно, пішоходи йшли до зустрічі 30 хвилин.

Відповідь: 30 хв

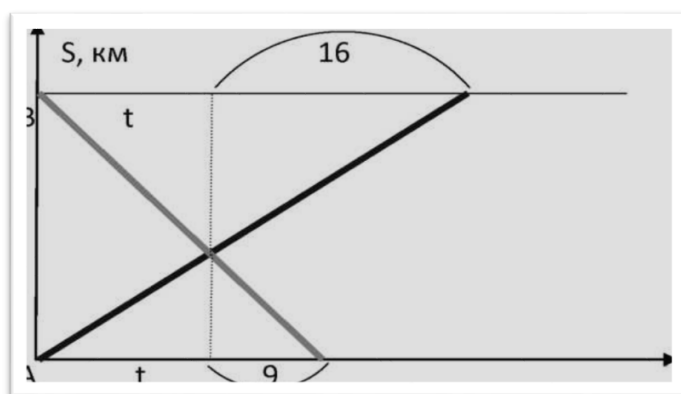
Задача №2. (Встав пропущене)

З двох міст назустріч один одному вийшли одночасно два кур'єри. Після зустрічі один був у шляху 16 годин, а інший-9 годин. Скільки часу був у дорозі кожен?

Розв'язання:

Можна скласти систему з двох рівнянь з трьома невідомими, яка зводиться до квадратного рівняння.

А ми умову задачі представимо графічно (дивись мал. 2.)



Малюнок 2

Аналогічно (розв'язання попередньої задачі) із подібності трикутників маємо відношення _

$$\frac{t}{16} = \frac{9}{t}; t^2 = \underline{\hspace{2cm}}; t = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$t_1 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ год}, t_2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ год}$$

Відповідь: .

Задача №3 (із поясненням)

Три пункти - А, В, С - розташовані на одній прямій, причому пункт В розташований між А і С. З пунктів А і В у напрямку до С одночасно виїхали дві машини. Через 5 годин відстань між ними склала третину відстані ВС, а ще через 5 годин вони одночасно прибули в С. Знайдіть відношення швидкостей автомобілів.

Розв'язання:

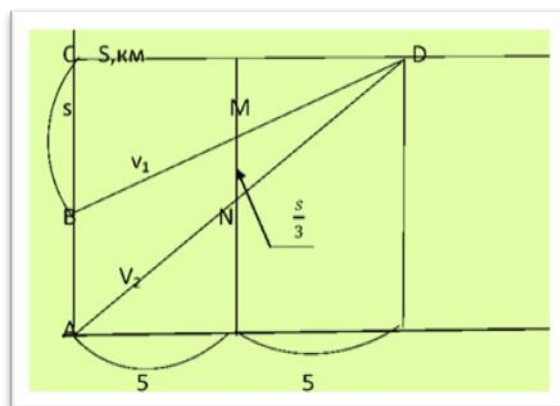
Відразу малюємо графіки, відповідні умові даного завдання (мал. 3) і починаємо міркувати.

В трикутнику ABD середня лінія рівна $\frac{S}{3}$, звідси випливає, що

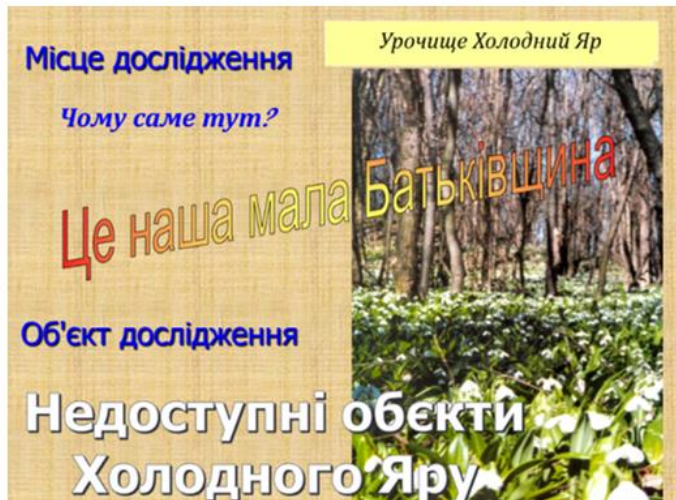
$$AB = \frac{2}{3}S, \text{ тоді } AC = S + \frac{2S}{3} = \frac{5S}{3}. \text{ Отже,}$$

$$\frac{S}{v} = \frac{5S}{3} \frac{1}{v_2}, \text{ звідки } \frac{v}{v_2} = \frac{5}{3}$$

Відповідь: 5:3



Навчальна екскурсія до Холодного Яру



Мета: визначити висоту, ширину, глибину недоступних об'єктів Холодного Яру, застосувавши знання про подібність трикутників.

Об'єкт №1 . Дуб М. Залізняка

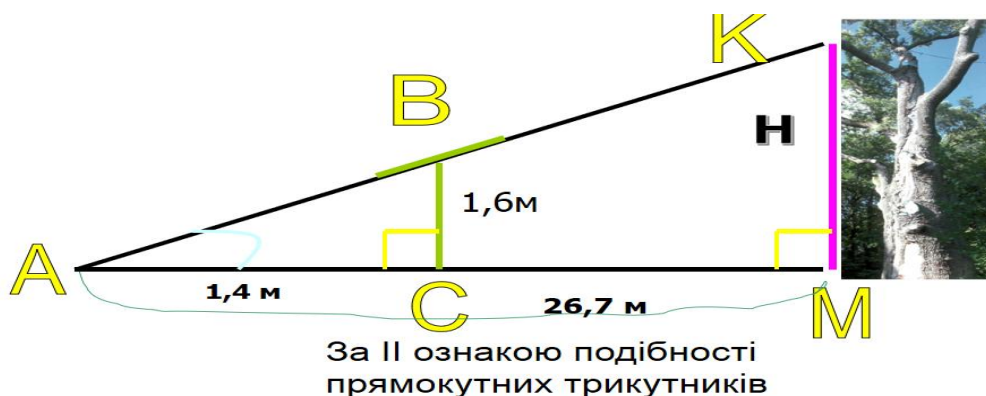
Спосіб вимірювання: вимірювання висоти предмета за допомогою кілкі і планки

"Як і де можна застосувати ознаки подібності в житті?"

Як визначити висоту дуба Максима Залізняка ?

Тисячолітній дуб М. Залізняка- свідок багатьох подій. Саме під цим деревом збиралися гайдамаки. Це справжній "патріарх" місцевих лісів . Має дерево ще одну назву – Дуб Дід. Висота дуба понад 30 м.

Перевіримо?



Нехай висота дуба H . Складемо відношення відповідних сторін подібних трикутників

$$AC/BC = AM/H, H = 1,6 * 26,7 / 1,4 = 30,5 \text{ м}$$

Завдання 1 . Опрацюй інші способи вимірювання недосяжної висоти та визнач самотійно висоту якогось недосяжного об'єкту

Вимірювання висоти об'єкта за допомогою великого пальця руки

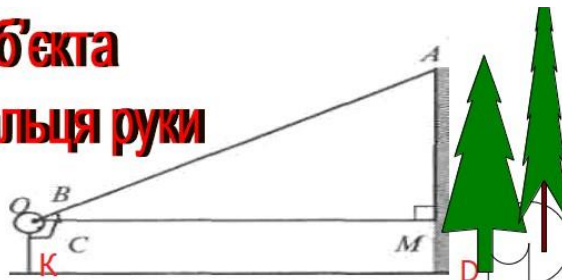


Схема вимірювання висоти об'єкта за допомогою великого пальця руки

Займіть позицію, зручну для вимірювання, щоб об'єкт було добре видно.

Поставте великий палець руки так, щоб указівний палець був у горизонтальному положенні і на рівні очей, а великий палець руки показував угору і його найвища точка співпадала з верхньою частиною об'єкта.

Виміряйте відстань OC між оком і вказівним пальцем або основою великого пальця.

Виміряйте відстань KD від зайнятої позиції до об'єкта, висота якого, вимірюється.

Виміряйте відстань OK від рівня ока до землі

Виміряйте відстань BC висоту великого пальця.

Трикутники OBC і OAM подібні за гострим кутом прямокутного трикутника

Якщо трикутники подібні, то їх відповідні сторони пропорційні

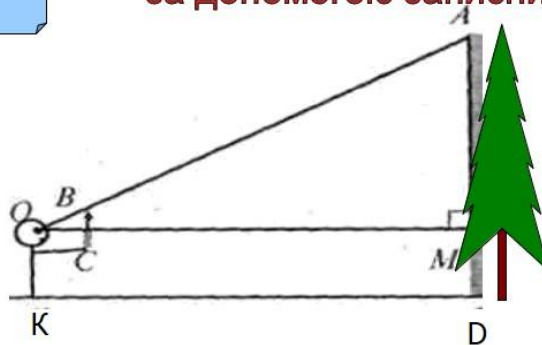
Запишемо, які сторони трикутників відповідно пропорційні:

$$OM/OC = OA/OB = AM/BC$$

$$AM = OM \cdot BC / OC, \text{ тоді } AD = AM + MD = AM + OK$$

Спосіб III

Схема вимірювання висоти об'єкта за допомогою записника і олівця



1. Займіть позицію, зручну для вимірювання, щоб об'єкт було добре видно .

2. Виставте записник так, щоб його верхня частина була на рівні очей і витягуйте олівець так, щоб найвища його точка співпала з верхньої частиною об'єкта.

Виміряйте відстань OC між оком і записником.

Виміряйте відстань KD від зайнятої позиції до об'єкта, висота якого вимірюється.

Виміряйте відстань OK від рівня ока до землі

Виміряйте відстань BC , висоту видимої частини олівця

Трикутники OBC і OAM подібні за другою ознакою подібності прямокутного трикутника тому їх відповідні сторони пропорційні:

$$OM/OC = OA/OB = AM/BC$$

$$AM = OM \cdot BC / OC, \text{ тоді } AD = AM + MD = AM + OK$$

Визначення висоти дерева за допомогою лінійки

Візьміть лінійку, відійдіть від дерева і направте на нього лінійку, тримаючи її у витягнутій руці вертикально. Як видно із малюнка при цьому утворилося два подібних трикутники. Можна записати таку пропорцію:

$$OC/OB = OM/AM$$

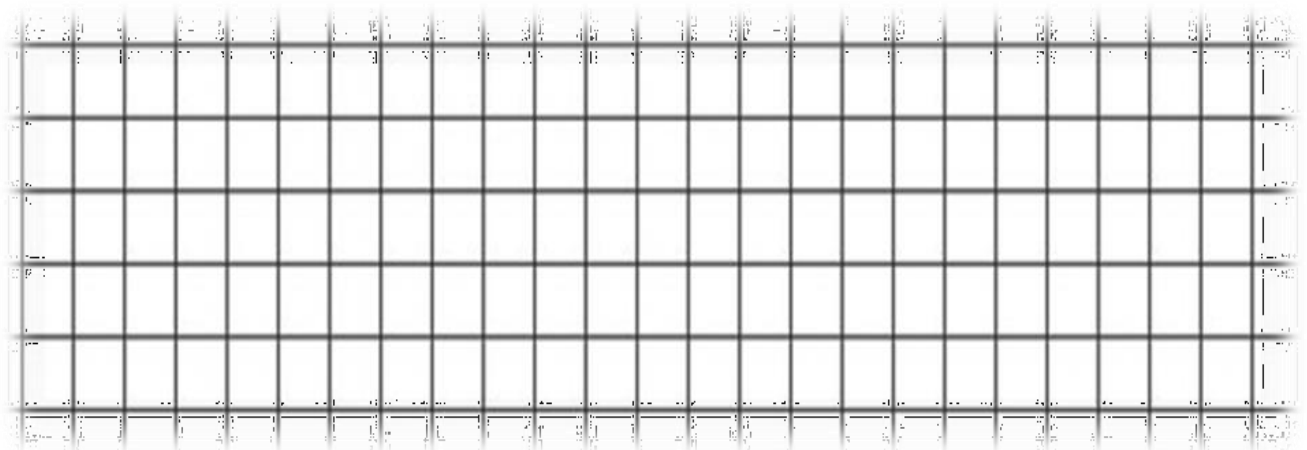
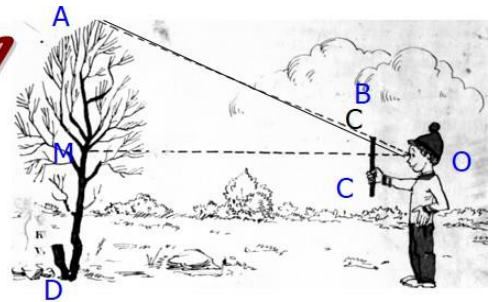
Відстань від ока до лінійки дорівнює довжині витягнутої руки (приблизно 50—60 см). Довжину відрізка лінійки, який закриває верхню частину дерева, можна визначити по самій лінійці. Відстань від ока до дерева виміряйте кроками від місця, де ви стоїте. За цими трьома величинами легко визначити четверту, тобто висоту верхньої частини дерева. Суть способу зрозуміла із подібності трикутників

Трикутники **OBC** і **OAM** подібні за другою ознакою подібності прямокутного

трикутника тому їх відповідні сторони пропорційні:

$$OM/OC = OA/OB = AM/BC$$

$$AM = OM \cdot BC / OC, \text{ тоді } AD = AM + M = AM + OK$$



Об'єкт №2. Гайдамацьке озеро

Місце дослідження

Урочище Холодний Яр

Об'єкт дослідження

ГАЙДАМАЦЬКЕ ОЗЕРО

Біля озера гайдамаки у 1768 р. на чолі із М. Залізником перед повстанням святили зброю – "ножі".

З того часу озеро називається Гайдамацьке.



Спосіб вимірювання: вимірювання глибини неглибокої водойми за допомогою очеретини

Як обчислити глибину Гайдамацького озера

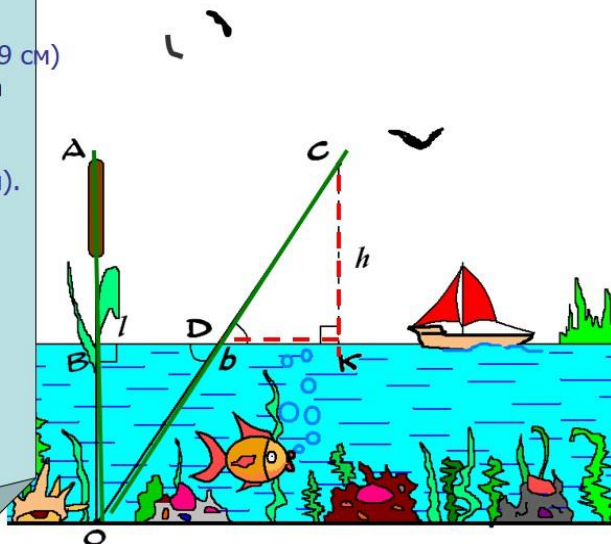
Скориставшись властивістю подібних трикутників, можна виміряти глибину ставка за допомогою очеретини. Нехай **АО** – очеретина. Відхилимо її вздовж поверхні води на **L** м (1,29 м) і виміряємо відстань **h** м (1,2 м) та довжину проекції відрізка очеретини, що міститься над водою на поверхню води **b** (0,5 м). Прямокутні трикутники **DOB** і **DKC** подібні.

Тоді $\frac{OB}{CK} = \frac{BD}{DK}, \frac{OB}{h} = \frac{l}{b}$.

Звідси шукана глибина ставка

$$OB = \frac{lh}{b}$$

$$OB = 1,29 \cdot 1,2 / 0,5 = 3,1 \text{ м}$$



Об'єкт №3. Червоний Яр

Як визначити ширину яру "Червоний"?

Холодний Яр має горбистий рельєф із великою кількістю глибоких балок із крутими схилами, які називаються тут ярами, що сформувалися близько 1млн. років тому. В урочищі 5 найбільших ярів: Холодний, Гайдамацький, Січковий, Поташний і Кіріківський. Загальна довжина балок, ярів становить 250 км.

Перевіримо?

Спосіб 1. Як можна визначити ширину яру, річки

Знайдемо відстань до недоступної т.В. Для цього на місцевості відмічаємо відрізок AC і виміряємо кути BCA і BAC. На аркуші паперу будемо трикутник A1B1C1. Причому кут A дорівнює куту A1, кут B дорівнює куту B1. Маємо:

$AB/A1B1 = AC/A1C1$, $AB = A1B1 / A1C1$. Трикутник A1B1C1 будемо у масштабі 1: 1000.

Наші виміри: AC = 8,8 м = 8800 мм ; A1B1 = 92 мм; A1C1 = 35 мм

Тоді $AB = 8800 \cdot 92 / 35 = 23131 \text{ мм} = 23,13 \text{ м}$

Висновок : ширина яру "Червоний" - 23,3 м



Завдання 2.

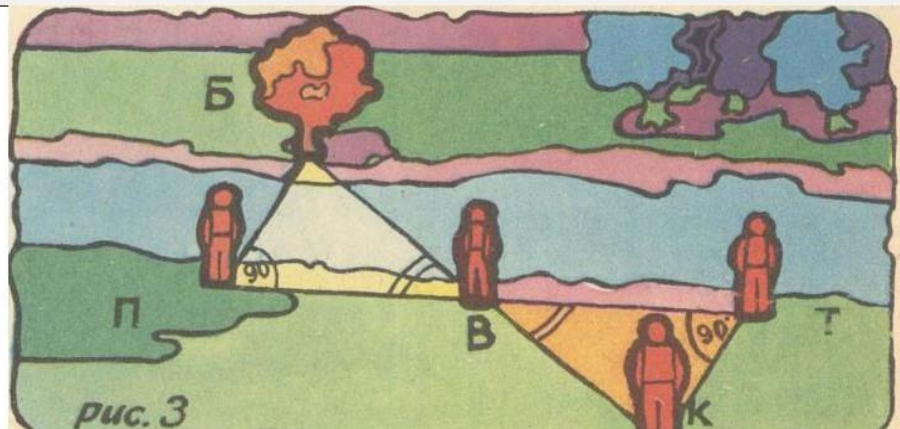
*Опрацюй інші способи вимірювання
недосяжної відстані (ширини річки, яру) та визнач
самостійно широту річки*

III спосіб

На рівному, відкритому березі для визначення ширини річки можна використати такий спосіб.

Виберіть на протилежному березі два добре видимі предмети. Станьте до них обличчям і затисніть у руках травинку (мотузку, нитку) такої довжини, щоб у витягнутих руках вона закривала проміжок між вибраними предметами. Помітьте точку А, де ви стоїте. Тепер складіть травинку вдвоє і відходьте від берега доти, поки відстань між вибраними предметами не закриється половиною цієї травинки. Відстань між першою і другою точками стояння дорівнює ширині річки. Чому?

IV спосіб



Висновок

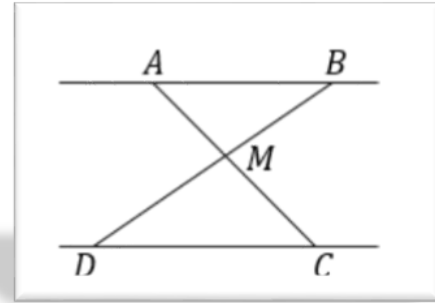
Для того щоб визначити ширину яру, балки, річки та ін. , недосяжні висоти, необхідно користуватися способами “ польової геометрії”, що ґрунтуються на знаннях звичайної шкільної геометрії. В даному випадку на ознаках подібних трикутників.

Відповідь: 15

Відрізки AB і DC лежать на паралельних прямих, а відрізки AC і BD перетинаються в точці M. Знайдіть MC, якщо AB=16, DC=24, AC=25.

Розв'язання:

1. Розглянемо $\triangle AMB$ та $\triangle CMD$. $\triangle AMB \sim \triangle CMD$ за двома кутами ($\angle AMB = \angle CMD$ як вертикальні кути, $\angle ABM = \angle CDM$ як різносторонні кути при паралельних прямих AB, DC та січній BD).



2. Складемо відношення відповідних сторін подібних трикутників AMB і CMD:

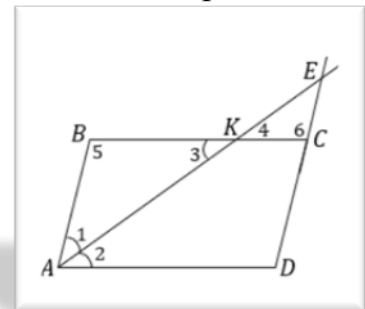
$$AM/CM = MB/MD = AB/CD$$

3. Нехай $AM = x$, отже $MC = 25 - x$. Тоді ми маємо наступне відношення

$$\frac{x}{25 - x} = \frac{16}{24}$$

4. Розв'яжемо отримане рівняння: $24x = 16(25 - x)$; $x = 10$; отже $MC = 25 - 10 = 15$.

Задача 2 В паралелограмі ABCD довжина відрізка AB=4. Бісектриса кута A перетинає сторону BC в точці K, а продовження сторони CD в точці E. Знайдіть довжину відрізка KC, якщо EC=1.



Розв'язання:

1. $\angle 1 = \angle 2$, так як AK бісектриса кута A. $\angle 2 = \angle 3$ як відповідні різносторонні кути при перетині паралельних прямих BC і AD січною AK. Тому $\angle 1 = \angle 3$, отже $\triangle ABK$ – рівнобедрений, $BK = AB = 4$

2. $\triangle ABK \sim \triangle ECK$, за двома кутами ($\angle 3 = \angle 4$ як вертикальні, $\angle 5 = \angle 6$ як відповідні різносторонні кути при перетині паралельних прямих BA і CD січною BC). Отже, $KC = EC = 1$

Відповідь: 1

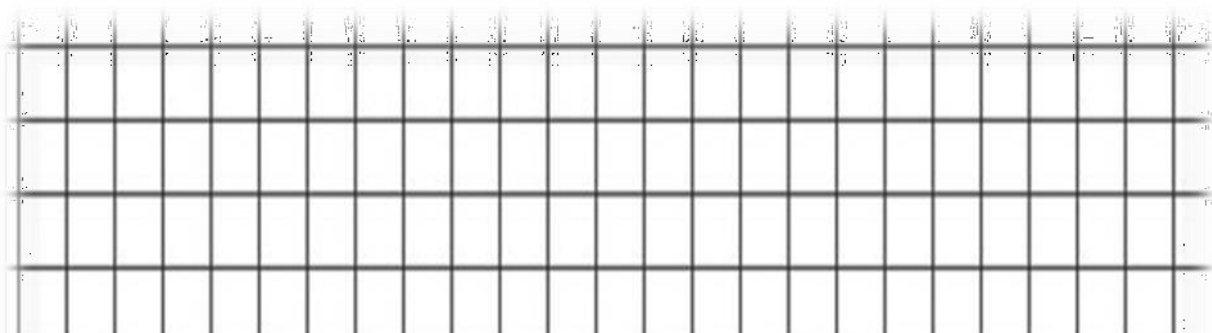
Завдання на встановлення відповідності- III частина

Завдання 1.

Установіть відповідність між коефіцієнтами подібності (1-40) двох трикутників і відношенням їх площ (А-Д)

- | | |
|------------|------|
| 1. $K_1=2$ | А 25 |
| 2. $K_1=3$ | Б 9 |
| 3. $K_1=4$ | В 16 |
| 4. $K_1=5$ | Г 36 |

Д 4



Завдання на встановлення правильної відповіді- II частина

Задача 1.

Екрани телевізорів, зображених на рис. 1 і рис. 2, мають форму прямокутників, відповідні сторони яких пропорційні. Діагоналі екранів цих телевізорів дорівнюють відповідно 32 дюймів і 48 дюймів. Визначте у скільки разів площа екрана телевізора, зображена на рис.2, більша за площу екрана телевізора, зображеного на рис. 1.

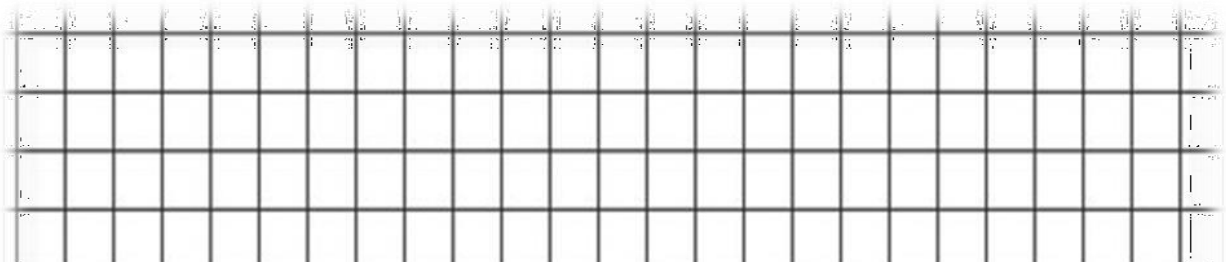


Рис. 1



Рис. 2

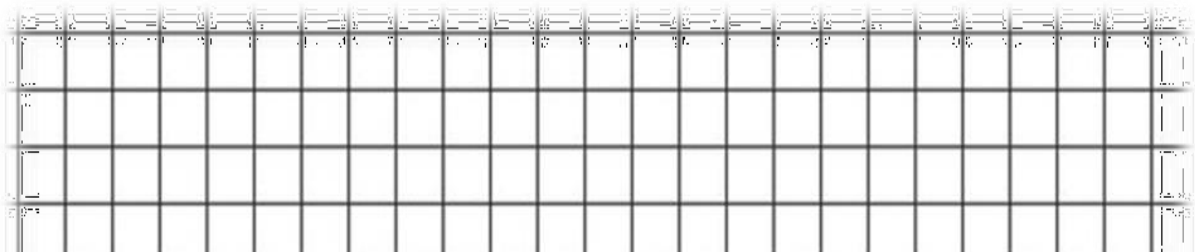
А	Б	В	Г	Д
в 1,5 раза	у 16 разів	у 2,56 раза	у 4 раза	у 2,25



Задача 2.

Два трикутника подібні. Сторони одного з них 7 см, 12 см і 16 см, а сторони іншого – 40 см, 30 см та x см. Знайти x .

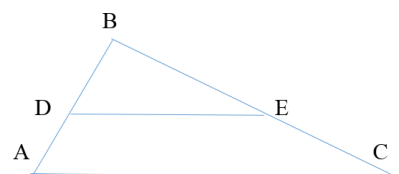
А	Б	В	Г	Д
18 см	17,5 см	20 см	24 см	18,5 см

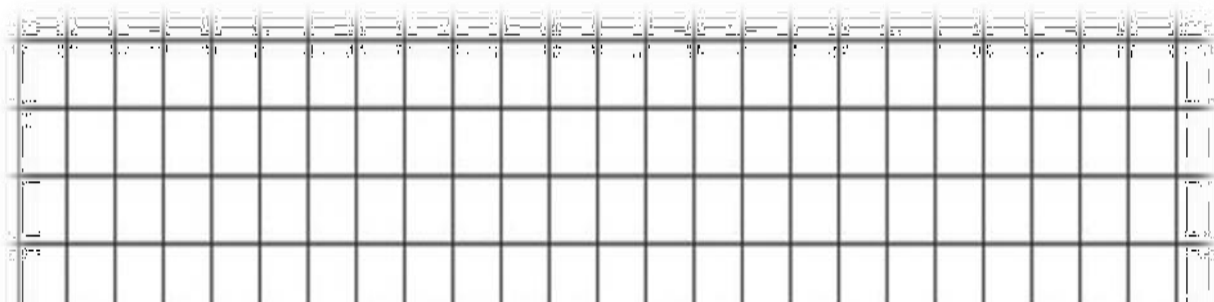


Задача 3.

У трикутнику ABC відрізок DE з кінцями на сторонах AB і BC паралельний до сторони AC . $S_{\triangle DBE} = 4 \text{ см}^2$, $S_{\triangle DEC} = 5 \text{ см}^2$, $DE = 4 \text{ см}$. Знайти довжину AC .

А	Б	В	Г	Д
9,5 см	$9\frac{2}{3} \text{ см}$	12 см	10,5 см	9 см

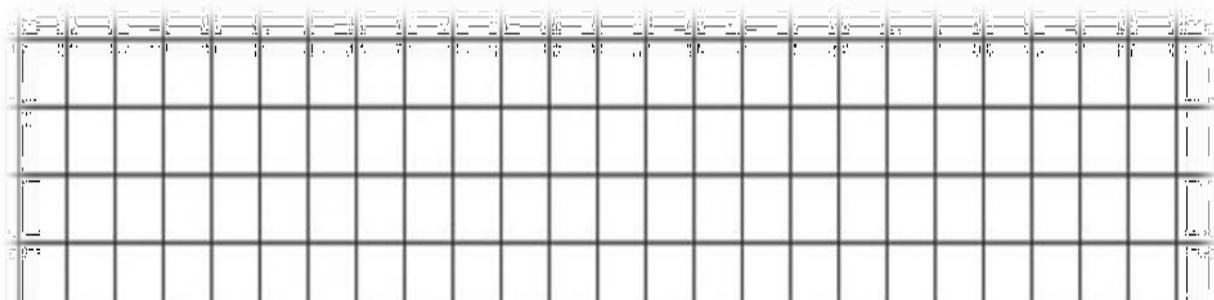




Задача 4.

Бісектриса гострого кута прямокутного трикутника ділить протилежний катет на відрізки 1,5 см і 2,5 см. Знайдіть довжину гіпотенузи заданого трикутника.

А	Б	В	Г	Д
1,5 см	2,5см	4 см	5 см	6 см

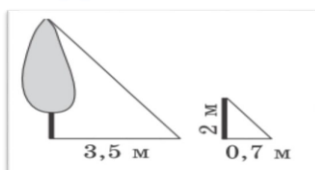


Задача 5.

На сторонах АВ і ВС трикутника АВС позначені відповідні точки М і К так що прямі МК і АС паралельні. Знайдіть довжину сторони АВ, якщо $AM=AC=12$ см, а $MK=4$.

А	Б	В	Г	Д
14	16	18	20	22

Задача 6.



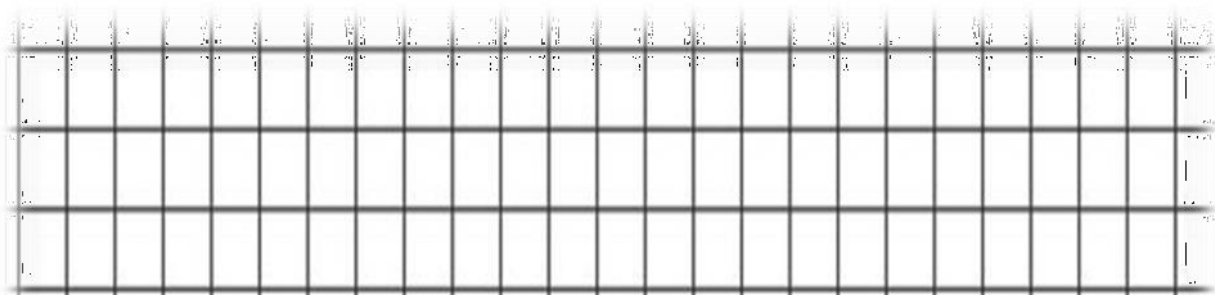
Знайдіть висоту дерева, якщо довжина його тіні становить 3,5 м, а довжина двометрової палиці становить 0,7 метра.

А	Б	В	Г	Д
12	10	8	15	6

Задача 7.

У трапеції ABCD ($AD \parallel BC$) діагоналі перетинаються в точці O, $AD=8\text{см}$, $BC=2\text{см}$. Знайдіть відношення $AO:OC$

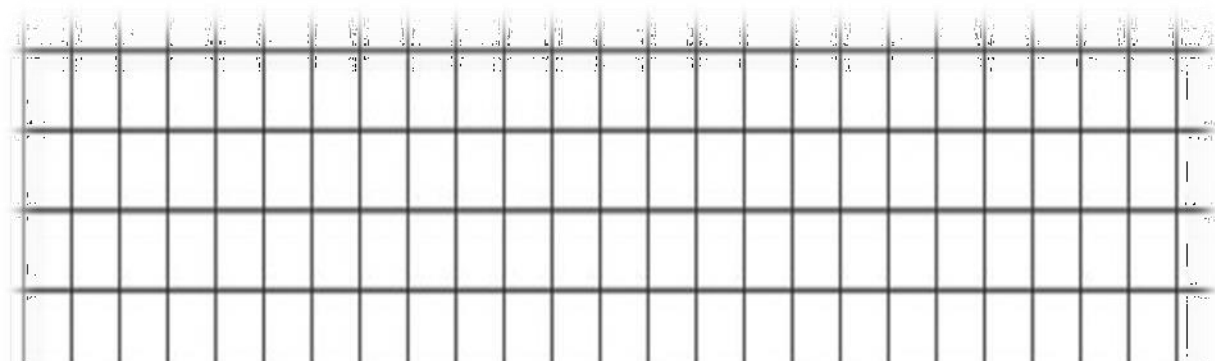
А	Б	В	Г	Д
1:2	1:4	1:8	2:1	4:1



Задача 8.

У трикутнику ABC: $AB=31\text{ см}$, $BC=15\text{ см}$, $AC=26\text{ см}$. Пряма a, паралельна стороні AB, перетинає сторони BC і AC в точках M і N відповідно. Обчисліть периметр трикутника MNC, якщо $MC=5\text{ см}$.

А	Б	В	Г	Д
15 см	24 см	48 см	21 см	26 см



НАВЧАЛЬНА ГРА

Дивовижна подорож на острів «ДИВОПОДОЛЕНД»

ТЕМА *Подібність трикутників*

Учасники гри : *учні 8 класу (в групах або індивідуально)*

Термін гри : *1 год 30 хв, або можна грати протягом вивчення теми.*

Обладнання : *карта подорожі (додаток №1), кубик Блума (додаток №2), фішки –трибари різних кольорів та булавки в залежності від кількості учасників, груп) (додаток №3), 10 скарбів острів'ян - « Фрактали» (додаток № 4), завдання-задачі, які виконують на зупинках (в конвертах)- кількість конвертів відповідає вількості учасників або груп.*

Цілі навчальної гри:

Особистісні:

віра особистості в свої потенційні можливості; реалізація творчих, креативних здібностей.

Предметні:

розвиток умінь узагальнювати, абстрагувати і конкретизувати властивості досліджуваних об'єктів та застосовувати їх при вирішенні практичних завдань;

Креативні:

отримання нових геометричних об'єктів дослідним шляхом; розробка і пошук нових методів розв'язання відомих завдань. вивчення способів розв'язання виникаючих проблем; проведення практично - дослідної роботи на місцевості.

Оргдіяльнісні:

оволодіння навичками самоорганізації навчальної діяльності;
організація комунікацій для демонстрації і порівняння розробок учнів з проблеми вимірювання відстаней до недоступних об'єктів.

Навчальний предмет і клас: Геометрія, 8 клас.

Розділ: Подібність трикутників

ПРАВИЛА ГРИ

- Учні можуть грати в дану гру по завершенні вивчення теми , або в
- в процесі вивчення всієї теми.
- До гри потрібно вирізати 10 монет острів'ян - « Фрактали», фішки надіти на булавки та склеїти кубик Блума . 10 монет-фракталів –скарб острова «Дивоподоленд», які потрібно зібрати в процесі подорожі.
- На Старті «Купи квиток» всі учасники гри повинні розв'язати кросворд «Подібність», що дасть їм право розпочати гру.
- Той хто перший правильно розв'язав кросворд , підкидає кубик Блума і своєю фішкою починає рухатися на ту кількість кроків, яке число випало на грані кубика. Перескакувати зупинки не можна. На кожній зупинці учасники повинні виконати завдання і тільки після правильного виконання , можуть продовжувати рух далі. На кожній зупинці отримують монети із скарбів острів'ян- фішку «Фрактали». Першу монету із скарбу острова - фішку фрактал «Пил Кантора», який ще вчені із гумором називають «Отак все починалося!» отримує учасник (група) після проходження першої зупинки «Фалесові ворота».
- Можна обминути зупинку тільки в тому разі, якщо є відповідна стрілка. Якщо стрілка роздвоєна, то учасник має вибір: обравши складніше завдання, отримати дві фішки та піти коротшою дорогою. Також можна, віддавши фішку, отримати допомогу в розв'язанні. Якщо учаснику під час подорожі попадається голуба стрілка, то він змушений повернутись назад на певну кількість кроків.
- Виграє той, хто перший пройде маршрут і збере весь скарб острову «ДИВОПОДОЛЕНД» - 10 монет –фракталів .

Схема руху по острову

1. СТАРТ «Купи квиток» .
Кросворд «Подібність»
2. Зупинка «Фалесові ворота» .
3. *Задача на застосування узагальненої теореми Фалеса.*
4. Зупинка «Водоспад «Раціональна подібність».
5. *Розв'язування складних текстових алгебраїчних задач раціональним геометричним методом*
6. Зупинка «Зміїна пустеля»
7. *Розв'язування задач(усно) на знання ознак подібності трикутників*
8. Зупинка «Протока «Непрохідна».
9. *Задача на визначення ширини протоки.*
- 10.Зупинка «Вулкан Дракона
- 11.*Дві задачі на визначення недосяжної висоти.*
- 12.Перше королівство «КК» - кинути кубик Блума та дати відповідь на два запитання , які випадуть на гранях щодо I ознаки подібності трикутників за двома кутами
- 13.Друге королівство «СКС» - кинути кубик Блума та дати відповідь на два запитання , які випадуть на гранях щодо II ознаки подібності трикутників за двома сторонами і кутом між ними «СКС»
- 14.Третє королівство «ККК» - кинути кубик Блума та дати відповідь на два запитання , які випадуть на гранях щодо III ознаки подібності трикутників за трьома сторонами «ККК»
15. «Малюнки на скелі».
16. *Дві задачі на малюнках на знання ознак, властивостей подібних трикутників.*
17. Болото «Знайди острівці».
18. *Завдання знайти на малюнку подібні трикутники та поясни за якою ознакою вони подібні .*

19.Собор «Гармонія краси».

Задача про золотий перетин.

1. Острів казок.

Задача на подібність за мотивами казки Д. Свіфта «Мандри Гуллівера»

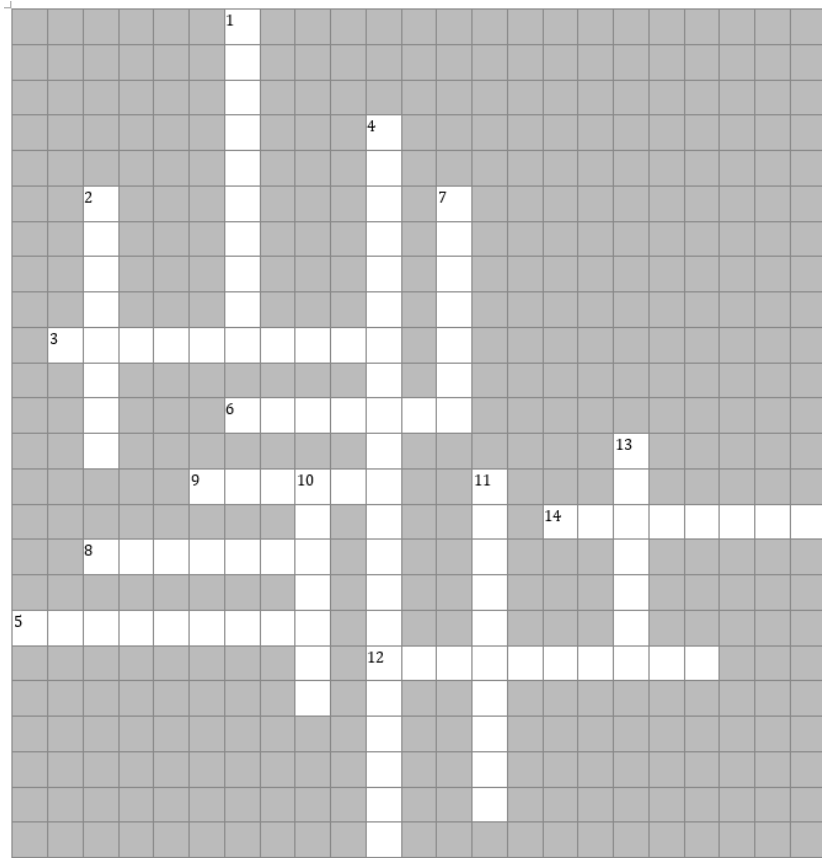
2. ФІНІШ « СЕНКАН». Учасники складають сенкан на тему подібність.



Завдання подорожуючим

1. Старт «Купи гарячий тур на острів «ДИВОПОДОЛЕНД»

Розв'язати кросворд «Подібність»



По горизонталі:

3. Як називаються сторони, які лежать напроти рівних кутів двох трикутників
5. Трикутники в яких рівні два кути будуть...

По вертикалі:

1. Відношення яких елементів двох подібних трикутників рівне коефіцієнту подібності
2. Якою геометричною фігурою являється середня лінія трикутника

6. Відношення прилеглого катету до гіпотенузи

8. Які елементи трикутника перетинаються в одній точці і діляться в співвідношенні 2:1 рахуючи від вершини

9. Цей відрізок, проведений із вершини прямого кута прямокутного трикутника є середнім геометричним між відрізками гіпотенузи, на які ділиться гіпотенуза цим відрізком

12. Промінь проведений із кута трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні прилеглим сторонам трикутника

14. Яку арифметичну дію необхідно використати, щоб знайти квадрат відрізка, який являється середнім геометричним між двома іншими

4. Відношення площ двох подібних трикутників рівна квадрату

7. Відношення синуса до косинуса гострого кута прямокутного трикутника

10. Чому рівна сума квадратів синуса і косинуса одного і того ж кута

11. Як розміщена середня лінія трикутника по відношенню до основи

13. Для того щоб трикутники були подібними за третьою ознакою, потрібно, щоб три його елементи були пропорційні трьом елементам другого трикутника

Задача 2. «Фалесові ворота» - цінність – 1 фрактал

На стороні AB паралелограма $ABCD$ (рис. 1)

позначили точки M і N , а на стороні CD — точки

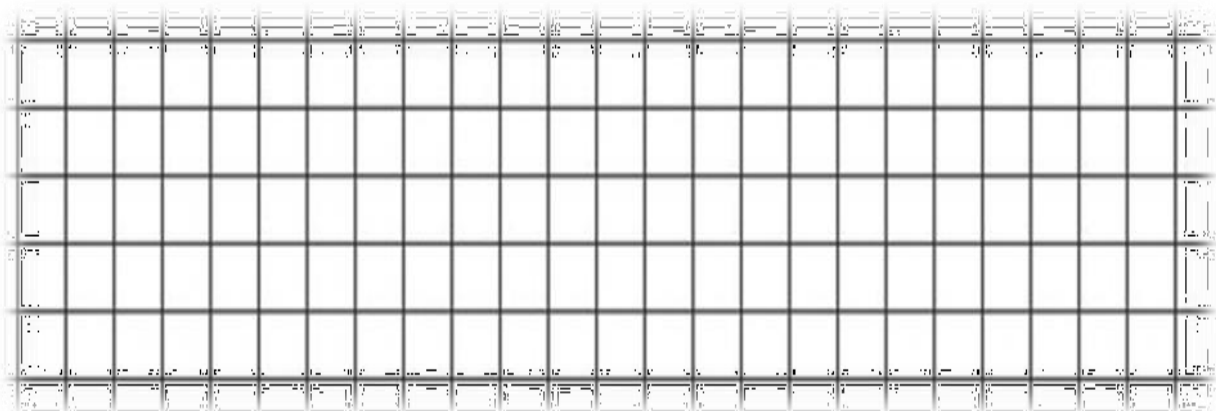
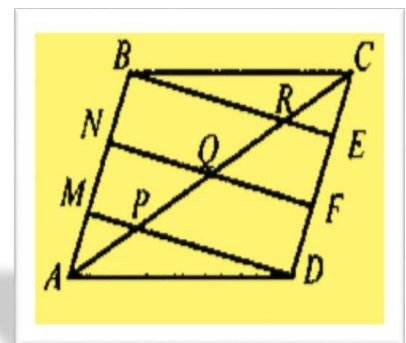
E і F так, що BN

$$= NM = MA = CE = EF = FD.$$

Відрізки BE , NF , MD

перетинають діагональ AC у точках R , Q , P

відповідно. Доведіть, що $AP = PQ = QR = RC$.

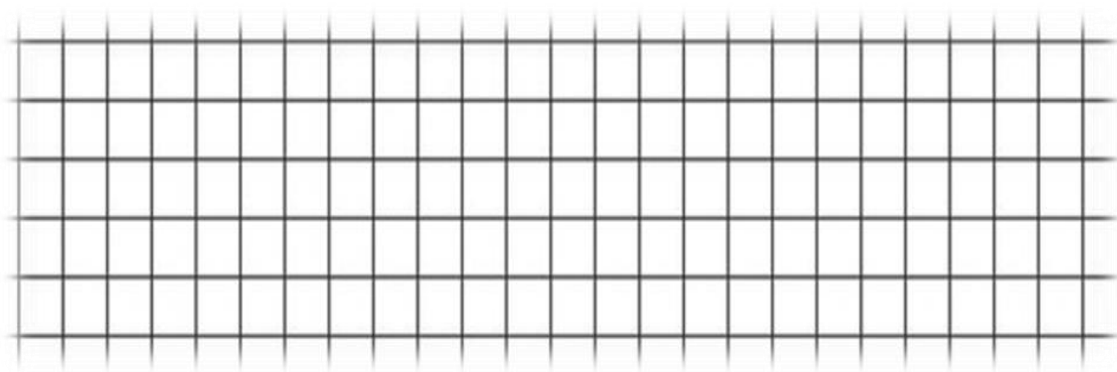


3. Задача до зупинки «Водоспад «Рациональна подібність» - цінність – 2 монети .

Алгебраїчна задача- геометричним методом

Розв'яжи текстову задачу геометричним способом, який є зручнішим для

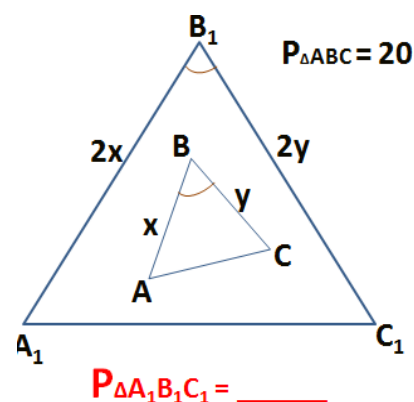
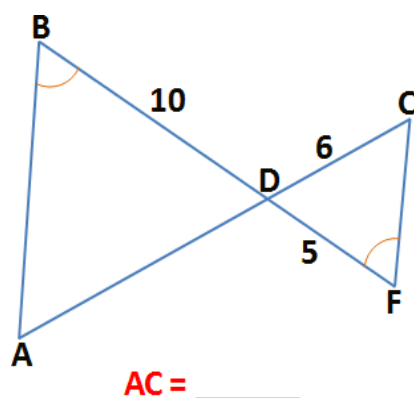
Із пункту А в пункт В вийшов пішохід . Вслід за ним через 2 год із пункту А виїхав велосипедист, а іще через 30 хв – мотоцикліст. Пішохід, велосипедист і мотоцикліст рухались рівномірно та без зупинок. Через деякий час після руху мотоцикліста виявилось, що до цього часу всі троє подолали однакову частину шляху від А до В. На скільки хвилин раніше пішохода в пункт В прибув велосипедист, якщо пішохід прибув в п. В на 1 год пізніше мотоцикліста?



4. Задачі до зупинки «Зміїна пустеля»

цінність одна фішка-фрактал

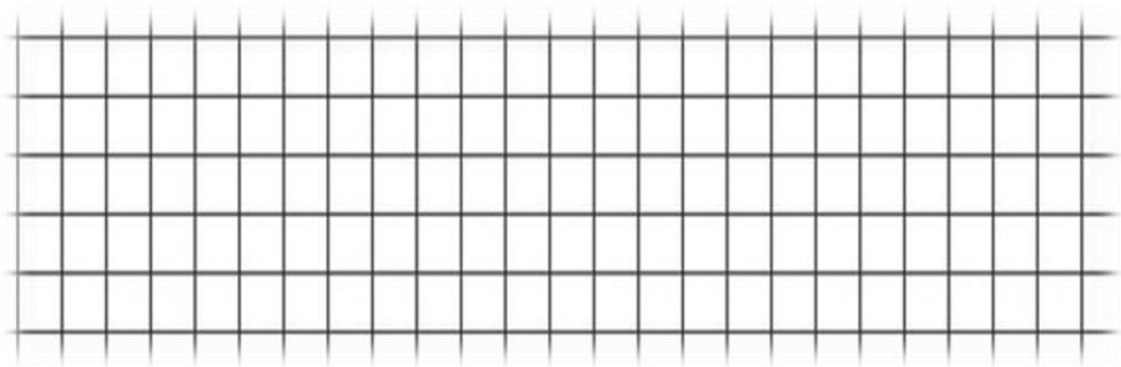
Усно розв'яжи задачі за малюнками на знання ознак та властивостей подібних трикутників:



5. Задача до зупинки «Протока «Нешрохідна» – цінність одна монета- фішка-фрактал

Розв'яжи задачу із серії «Недосяжні об'єкти. Ширина»

Вона встромляє на березі жердину висотою 170 см і відходить від неї до тих пір, поки верхівка жердини і протилежний берег не виявляться розташованими на одному промені зору. Відійти їй довелося на 10 м. Яка ширина протоки?



6. Задача до зупинки «Вулкан дракона» – цінність одна монета- фішка-фрактал

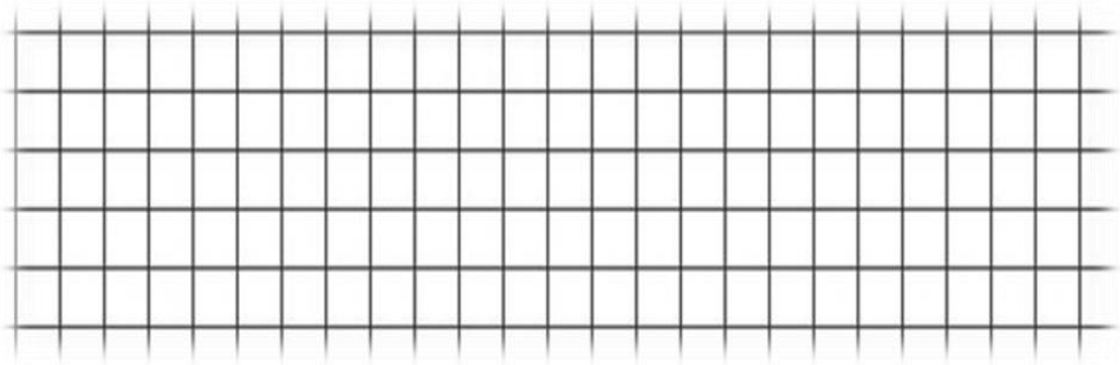
Розв'яжи задачі із серії «Недосяжні об'єкти. Висота»

Як фотографічна картка Ейфелевої вежі допоможе визначити її висоту? Розв'яжіть задачу, якщо основа вежі 125м.



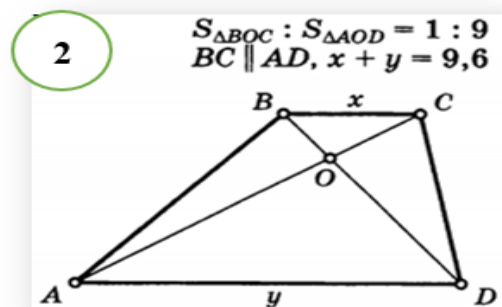
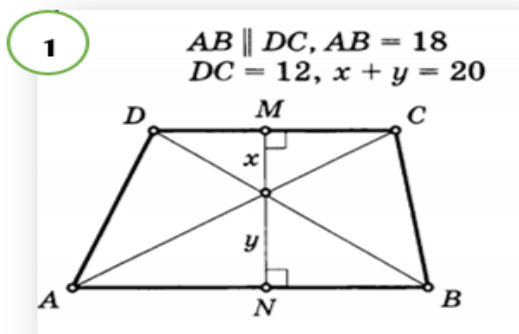
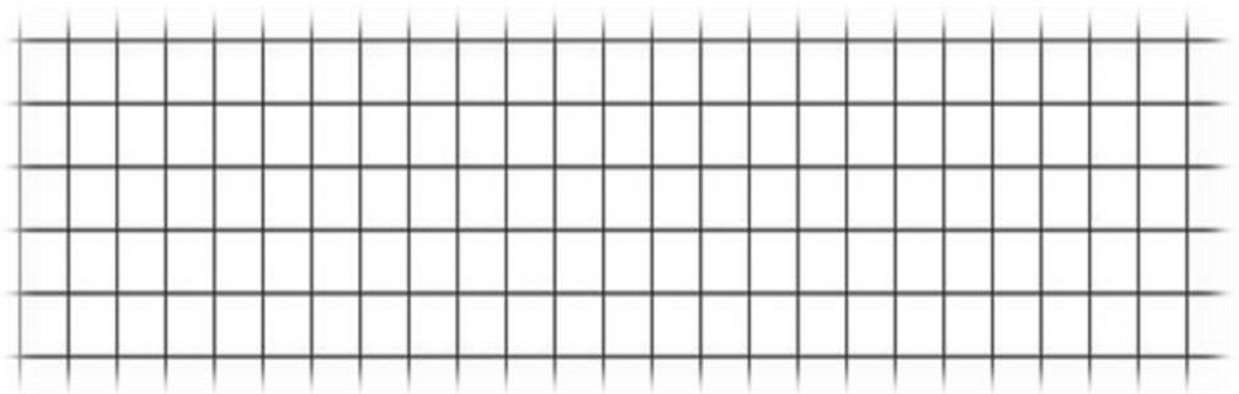
Які завбільшки повинні бути букви на класній дошці, щоб учні, сидячи на партах, бачили їх так само виразно, як букви в своїх книжках (на відстані 25см

від ока)? Відстань від парт до дошки взяти 5м. ширина букви в книжці дорівнює 1мм.



7. Зупинка «Малюнки на скелі» - цінність дві монети- фішки-фрактали

Розв'яжи за малюнками задачі:

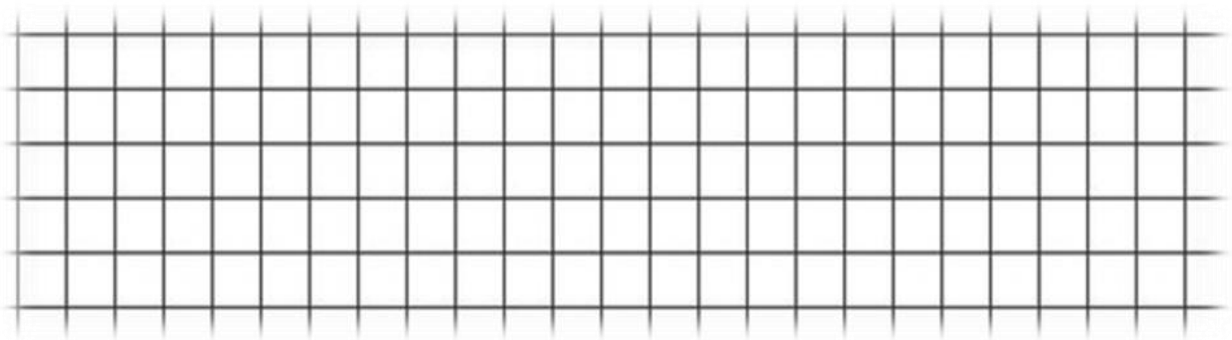


8. Зупинка «Собор «Гармонія краси» цінність дві монети- фішки-фрактали

Знайти висоту Парфенона, якщо його довжина 69,54 м, а висота відноситься до довжини за правилом «золотого перерізу», тобто 5:8. Доведи, що у архітектурі Парфенона присутні «золоті прямокутники».



Найкрасивіший витвір давньогрецької архітектури – Парфенон, був побудований у V ст. до н. е. У фасаді давньогрецького храму Парфенону присутні золоті пропорції. Парфенон має 8 колон по коротких сторонах і 17 по довгим.



9. Зупинка «Острів казок» - цінність дві монети- фішки-фрактали

Задача за мотивами казки Д. Свіфта «Мандри Гуллівера»

У своїх наступних мандрах герой Свіфта Гуллівер потрапив в країну велетнів. У ній дюйму відповідав фут, тому всі люди, тварини, рослини і речі в 12 разів перевищували за розміром наших земних. У порівнянні з жителями Бробдінгнега Гуллівер виглядав карликом. Карлик королеви, нижче якого не

було людини у всій країні, - і той здавався поруч з ним величезного зросту.

Як згадував пізніше Гуллівер, при першій зустрічі з велетнями його охопили сум'яття і жах. Одного разу він втік від велетнів і сховався в полі серед паростків ячменю, але ледь не загинув під ногами одного з велетнів. Ось його розповідь:

«... один з женців підійшов на десять ярдів до канавки, в якій я лежав; злякавшись, що при наступному його кроці буду розтоптаний або розрізаний



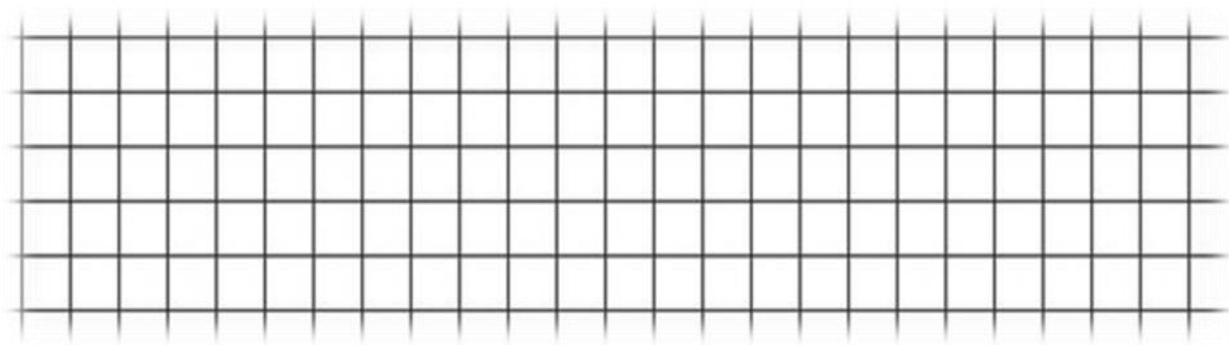
навпіл серпом, я заволав, що є сили
».

*Але може, Гуллівер перебільшив
від страху, що йому загрожувала
небезпека?*

Завдання. За оцінкою Гуллівера, довжина кроку велетня становила десять ярдів. Чи так це? Чи було йому дійсно від чого панікувати?

1 дюйм = $\frac{1}{12}$ фута, чи 2,54 см ,

1 ярд = 3 фути, чи 0,914 м.



10. ФІНІШ «СКЛАДИ СВІЙ СЕНКАН»

Впевнена, що ти вже знаєш, що сенкан — це вірш, що складається з п'яти рядків. Слово "сенкан" походить від французького слова "п'ять" і позначає вірш у п'ять рядків.

1. Перший рядок має містити слово, яке позначає тему (звичайно, це іменник)

2. Другий рядок – це опис теми, який складається з двох слів (два прикметника)
3. Третій рядок називає дію, пов'язану з темою, і складається з трьох слів (звичайно це дієслова).
4. Четвертий рядок є фразою, яка складається з чотирьох слів і висловлює ставлення до теми, почуття з приводу обговорюваного.
5. Останній рядок складається з одного слова — синоніма до першого слова, в ньому висловлюється сутність теми, ніби робиться підсумок.

Наприклад:

Подібність -

Дивовижна, реальна

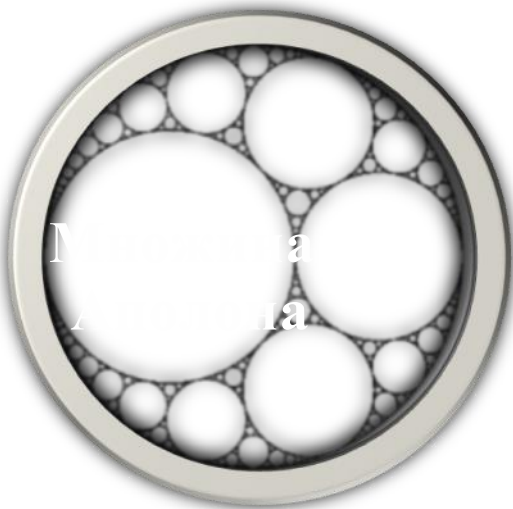
Вражає, захоплює,

допомагає

Є присутня в усьому

Гармонія

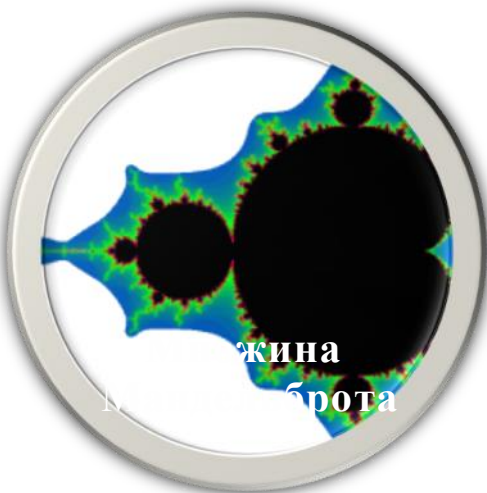




Пакетні
Колона



Крива
Дракона



Множина
Джюлі



Дерево Піфагора



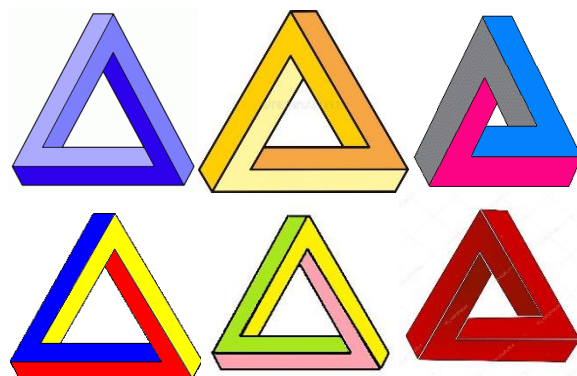
Сніжинка
Коха



Фрактал
Зірки



ФІШКИ



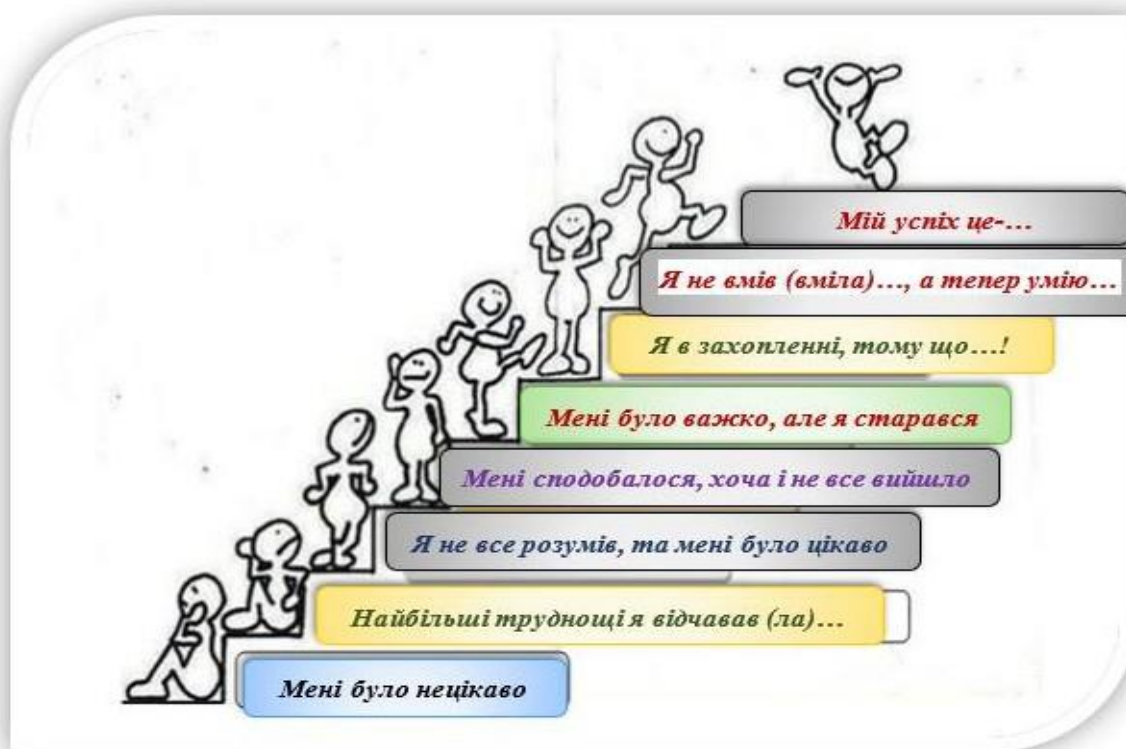
ДОРОГИЙ ДРУЖЕ!

Ось перегорнуто останню сторінку твого робочого зошита «Незвичайна подібність». Впевнена, що ти вкотре переконався, що геометрія- це дивовижна наука. Наука, яка має всі властивості кришталевого скла: така ж прозора в міркуваннях, бездоганна в доведеннях, ясна у відповідях та гармонійно поєднує в собі прозорість думки і красу людського розуму.

Це наука, яка до кінця невивчена, і може бути, що багато відкриттів чекають саме на тебе! Ти побачив, що знайомий всім нам з дитинства трикутник також таїть в собі чимало цікавого і загадкового та допомагає вирішити багато практичних завдань у нашому житті.

То ж бажаю тобі великих успіхів та відкриттів по дорозі до твоєї мети!

Захоплюючий марафон «Подібність трикутників» ти вже подолав. Пропоную «стати» на сходинку твого успіху:



СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

Література:

1. Балаян Е.М. Геометрія. Задачі на готових кресленнях. 7-9 кл. Вид.-во «Фенікс», 2013. 223 с.
2. Бурда М. І., Тарасенко Н. А. Геометрія 8-К.: Зодіак. ЕКО, 2008.
3. Гальперіна А.Р. Математика. Комплексне видання. ДПА. Вид.- во: Літера, 2017. 448 с.
4. Єршова А.П., Голобородько В.В., Крижановський О.Ф., Єршов С. В. Геометрія, підручник для 8 класу закладів загальної середньої освіти. Вид-во: Генеза, 2024.
5. Захарійченко Ю.О. Математика в тестах. Енциклопедія тестових завдань до ЗНО 2018. Вид-во «Ранок», 2017. 176 с.
6. Істер О. Математика в тестах. Енциклопедія тестових завдань до ЗНО 2018. Вид-во «Абетка», 2018. 576 с.
7. Бевз В. Г. Історія математики. Харків: Основа, 2006. 171 с.
8. Капіносов А. та ін. Математика в тестах. Енциклопедія тестових завдань до ЗНО 2018. Вид-во «Ранок», 2018. 336 с.
9. Мандри Україною. Золота підкова Черкащини. Путівник. Київ, 2007. 232 с.
10. Раухман А.С., Сень Я.Г. Усні вправи із геометрії 7-11 клас: посібник для учителя. Київ: Рад. Шк., 1989. 160 с.
11. Сухарева Л.С. Завдання для усної роботи, математичні диктанти та тести. Геометрія. 8-9 класи. Харків: Вид. група «Основа», 2007. 144 с.

Інтернет ресурси:

12. «Геометрія» підручник для 8 класу закладів загальної середньої освіти. URL: <https://school76.com.ua/2021/03/15/%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BB%D1%96%D0%BA>
13. МАТЕМАТИКА НОВА. URL: <https://www.matnova.com.ua/>
14. Модельна навчальна програма «Геометрія. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О. С.). URL: <https://drive.google.com/file/d/1yX-M9ewWDkNWtgzYLLU8yWwFJ6frSYe0/view>
15. Навчальні програми для 10–11 класів. URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.
16. Тести ЗНО минулих років. URL: <https://testportal.gov.ua/testy-mynulyh-rokiv/>
17. Тести ЗНО онлайн з математики. URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/>

Видання підготовлено до друку та віддруковано
редакційно-видавничим відділом КНЗ «ЧОІПОПП ЧОР»
Зам. № 1753 Тираж 100 пр.
18003, Черкаси, вул. Бидгощська, 38/1

